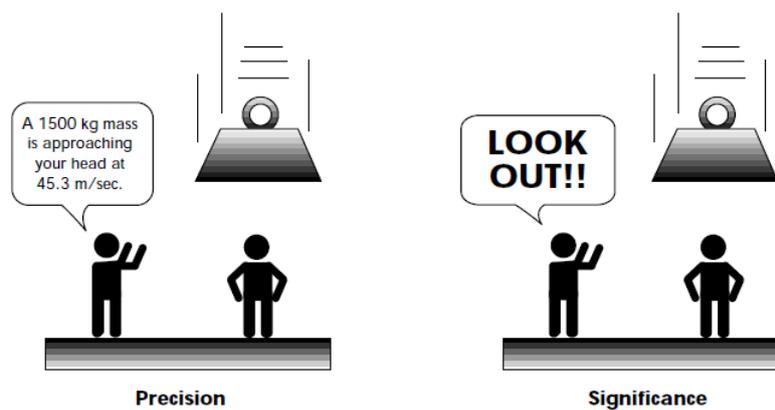


Conservatoire National des Arts et Métiers

Mémoire de NFE211
Ingénierie des systèmes décisionnels

La Logique Floue : le raisonnement humain au cœur du système décisionnel ?



Franck Deroncourt
franck.deroncourt@gmail.com

Professeur : Elisabeth Métais

Paris, Février 2011

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	ii
1 Introduction	1
1.1 Le problème	1
1.2 La logique floue	2
1.3 Les systèmes décisionnels	3
1.4 Structure du mémoire	3
2 La logique floue	5
2.1 Les sous-ensembles flous	5
2.2 Les variables linguistiques	8
2.3 Les opérateurs flous	10
2.4 Le raisonnement en logique floue	11
2.5 La défuzzification	13
2.6 Conclusions	15
3 Le raisonnement humain	18
3.1 Le problème	18
3.2 Les probabilités non additives	19
3.2.1 Sous-additivité	19
3.2.2 Sur-additivité	20
3.2.3 Logique floue et non additivité	21
3.3 Les paradoxes cognitifs de la logique classique	23
3.3.1 Paradoxes sorites	23
3.3.2 Paradoxe de l'implication	24
3.3.3 Paradoxe de Hempel	24
3.3.4 Tâche de sélection de Wason	25
3.4 Le langage naturel	25

3.5	Conclusions	28
4	Expériences	30
4.1	Objectifs	30
4.2	Système d'aide à la décision pour anesthésistes	31
4.3	Expérience de notations de jeux vidéo	36
4.3.1	Présentation	36
4.3.2	Protocole	36
4.3.3	Résultats	36
4.3.4	Systèmes neuro-fuzzy	38
4.3.5	Comparaison avec l'expérience précédente	41
4.4	Conclusions	43
5	Les systèmes décisionnels	44
5.1	Introduction	44
5.2	Les bases de données floues	44
5.2.1	Définitions	44
5.2.2	Le modèle relationnel	46
5.2.3	SQL	47
5.2.4	Limites du modèle relationnel	47
5.2.5	Intégration de la logique floue au sein d'une base de données	51
5.3	Apports potentiels pour l'informatique décisionnelle	55
6	Conclusion	60
	Bibliographie	63
A	Expérience avec les anesthésistes	67
B	Expérience de notation	68

Table des figures

2.1	Fonction d'appartenance caractérisant le sous-ensemble 'bon' de la qualité du service	6
2.2	Représentation graphique d'un ensemble classique et d'un ensemble flou	7
2.3	Comparaison entre fonction caractéristique d'un ensemble classique et fonction d'appartenance d'un ensemble flou	7
2.4	Comparaison entre fonction caractéristique d'un ensemble classique et fonction d'appartenance d'un ensemble flou	8
2.5	Variable linguistique 'qualité du service'	9
2.6	Variable linguistique 'qualité de la nourriture'	9
2.7	Variable linguistique 'montant du pourboire'	10
2.8	Exemple d'implication floue	12
2.9	Exemple d'implication floue avec conjonction OU traduite par un MAX	13
2.10	Exemple d'implication floue en utilisant la matrice des décisions	13
2.11	Défuzzification avec la méthode moyenne des maxima (MM)	14
2.12	Défuzzification avec la méthode centre de gravité (COG)	15
2.13	Aperçu synoptique d'un système flou	15
2.14	Ensemble des décisions d'un système flou	16
2.15	Ensemble des décisions d'un système se basant sur la logique classique	17
3.1	Variable point de congélation de l'alcool	21
3.2	Variable point de congélation de l'essence	21
3.3	Variable point de congélation de l'essence plus grand que alcool	22
3.4	Sur-additivité obtenue par logique floue	23
3.5	Effet des modificateurs	27
3.6	Fonctions d'appartenance de modificateurs	27
3.7	Fonctions d'appartenance de quantificateurs	28
3.8	Fonctions d'appartenance de qualificateurs	28
4.1	Vue d'ensemble du système d'inférences	31
4.2	Ensembles flous de la variable SAP	32

4.3	Ensembles flous de la variable HPR	32
4.4	Ensembles flous de la variable AO	32
4.5	Matrice des décisions	33
4.6	Exemple d'inférence	33
4.7	Comparaison décisions d'un système flou et d'un humain	34
4.8	Surface générée à partir des notes du sujet 1 par rapport aux 2 critères	37
4.9	Surface générée à partir des notes de tous les sujets par rapport aux 2 critères	37
4.10	Exemple d'un réseau de neurones feedforward	38
4.11	Structure d'un système neuro-fuzzy	39
4.12	Courbe d'apprentissage du système neuro-fuzzy	40
4.13	Surface de décision du système neuro-fuzzy	40
4.14	Anesthésiste vs système neuro-fuzzy	41
4.15	Surface de décision du système neuro-fuzzy	42
4.16	Surface de décision d'un système neuro-fuzzy ayant sur-appris	43
5.1	Modèle hiérarchique	45
5.2	Modèle réseau	45
5.3	Modèle relationnel	46
5.4	Modèle objet	46
5.5	Effet de seuils des requêtes SQL classique	49
5.6	Ensemble des décisions d'un système flou	49
5.7	Nombre flou - forme triangulaire	52
5.8	Nombre flou - forme trapézoïdale	52
5.9	Nombre flou - forme gaussienne	52
5.10	Organisation d'une base de données floue	54
5.11	Capture d'écran du client FQ	55
5.12	La chaîne décisionnelle	56
5.13	Jeu de données linéaires à classer	57
5.14	Clustering binaire	58
5.15	Clustering flou avec 2 clusters	58
5.16	Clustering flou avec 3 clusters	58
6.1	Nombre de publications par année indexées dans MEDLINE utilisant la logique floue.	61
A.1	Matrice des corrélations entre décisions de l'anesthésiste et de décision du système flou	67
B.1	Notes globales du sujet 1 par rapport aux 2 critères	70
B.2	Surface générée à partir des notes globales du sujet 1 par rapport aux 2 critères	70
B.3	Notes globales du sujet 2 par rapport aux 2 critères	71

B.4 Surface générée à partir des notes globales du sujet 2 par rapport aux 2 critères	71
--	----

Chapitre 1

Introduction

As complexity rises, precise statements lose meaning and meaningful statements lose precision. Lotfi Zadeh.

1.1 Le problème

Les connaissances dont disposent les humains sur le monde ne sont presque jamais parfaites. Ces imperfections peuvent être distinguées en deux classes :

- **Imprécisions** pour désigner les connaissances qui ne sont pas perçues ou définies nettement. Par exemple, au lieu de dire qu'une personne mesure 2 mètres et 3 centimètres, nous disons usuellement que cette personne est très grande.
- **Incertitudes** pour désigner les connaissances dont la validité est sujette à question. Par exemple, si nous savons qu'une personne s'est cognée la tête sur un plafond, nous devinons qu'il est probable qu'elle soit très grande.

En fait, ces imperfections émanent de la nature même de l'homme et du monde : aucun de nos sens et instruments d'observation ne nous permettent une précision infinie et le monde repose sur le principe de continuité, au sens mathématique, par opposition aux valeurs discrètes. C'est une des raisons pour lesquelles il est si difficile d'établir un système d'unité de mesure, et que toute quantité n'est qu'approximative. De même, rares sont les situations où nous pouvons dire être totalement sûr que telle proposition est vraie sans que nous devions poser au préalable un ensemble d'hypothèses.

Ainsi, les connaissances sur lesquelles se base le raisonnement humain sont presque toujours entachées d'une quantité d'incertitudes et d'imprécisions. Nous parlons pas ici du raisonnement scientifique, dont l'objectif est justement de se débarrasser de

toute imperfection, mais de tous les autres raisonnements que nous faisons tous les jours, sans cesse, sur les choses, les personnes et les pensées nous environnant. Ces raisonnements vont de la conduite d'une voiture au traitement préconisé par le médecin à son patient, en passant par la décision d'acheter une baguette de pain pour demain matin.

Etonnamment, et fort heureusement, malgré ce flou artistique qui caractérise notre perception du monde, la qualité des raisonnements humains est remarquable. Que ce soit dans des situations simples ou complexes, les décisions prises sont en général très bonnes par rapport au manque de précision et à l'incertitude des données du problème.

L'être humain, dans le cadre de la théorie des systèmes, est considéré comme un système en tant que tel [Mélès, 1971], dont les raisonnements supportent très bien des données imparfaites. Ses performances impressionnantes étant donné la complexité et la diversité des situations rencontrées intéressèrent certains chercheurs en théorie des systèmes dans les années 1960, en particulier Lofti Zadeh, futur fondateur de la logique floue.

1.2 La logique floue

La logique floue est une extension de la logique booléenne par Lofti Zadeh en 1965 en se basant sur sa théorie mathématique des ensembles flous, qui est une généralisation de la théorie des ensembles classiques. En introduisant la notion de degré dans la vérification d'une condition, permettant ainsi à une condition d'être dans un autre état que vrai ou faux, la logique floue confère une flexibilité très appréciable aux raisonnements qui l'utilisent, ce qui rend possible la prise en compte des imprécisions et des incertitudes.

Un des intérêts de la logique floue pour formaliser le raisonnement humain est que les règles sont énoncées en langage naturel. Voici par exemple quelques règles de conduite qu'un conducteur suit, en supposant qu'il tienne à son permis :

Si le feu est rouge...	si ma vitesse est élevée...	et si le feu est proche...	alors je freine fort.
Si le feu est rouge...	si ma vitesse est faible...	et si le feu est loin...	alors je maintiens ma vitesse.
Si le feu est orange...	si ma vitesse est moyenne...	et si le feu est loin...	alors je freine doucement.
Si le feu est vert...	si ma vitesse est faible...	et si le feu est proche...	alors j'accélère.

Intuitivement, il semble donc que les variables d'entrée à l'instar de cet exemple sont appréciées par le cerveau de manière approximative, correspondant ainsi au degré de vérification d'une condition de la logique floue.

1.3 Les systèmes décisionnels

La logique floue semble donc reproduire la flexibilité du raisonnement humain quant à sa prise en compte des imperfections des données accessibles. Il serait donc intéressant de l'utiliser au coeur des **systèmes experts**, systèmes dont le but est de reproduire les mécanismes cognitifs d'un expert, dans un domaine particulier. La logique floue peut également servir pour un **système décisionnel**, lors de la phase d'analyse des données par exemple.

Un système décisionnel désigne un ensemble de moyens, d'outils et de méthodes qui permettent de collecter, consolider, modéliser et restituer les données, matérielles ou immatérielles, d'une entreprise en vue d'offrir une aide à la décision et de permettre aux responsables de la stratégie d'entreprise d'avoir une vue d'ensemble de l'activité traitée.

L'objectif premier de ce genre de systèmes est donc comme le nom l'indique d'aider à la prise de décision. Pour arriver à cet objectif, les données de l'entreprise sont souvent regroupés dans un entrepôt de données (*datawarehouse* en anglais), qui, en reprenant la définition de Bill Inmon, un des fondateurs des systèmes décisionnels [Inmon, 1992], est une collection de données thématiques, intégrées, non volatiles et historisées organisées pour la prise de décision.

La logique floue peut s'avérer utile pour la prise de décision, soit pour découvrir des règles ou inférences floues permettant de mieux comprendre les données et ainsi éclairer les décisions, soit pour effectuer des requêtes dites floues en se basant sur les connaissances des experts.

1.4 Structure du mémoire

Afin d'étudier les problématiques précédemment soulevées, nous allons tout d'abord dans le chapitre 2 définir formellement ce qu'est la logique floue. Comme nous le verrons, la logique floue repose sur des fondements mathématiques solides, notamment sur la théorie mathématique des ensembles flous, généralisant la théorie des ensembles classiques. Il faudra par conséquent définir des opérateurs pour la logique

floue généralisant les opérateurs de la logique classique. Le but de ce mémoire n'étant pas de rentrer dans des considérations trop théoriques, nous ne définirons que les bases de la logique floue et nous élaborons au cours du chapitre un système d'inférence flou complet pour mettre directement en application nos définitions.

Dans un second temps, nous allons voir dans quelle mesure la logique floue peut imiter le raisonnement humain dans les chapitres 3 et 4. Les propos de cette introduction sont bien sûrs très généraux, il est nécessaire d'une part d'analyser plus en détail les apports de la logique floue quant aux modélisations du raisonnement humain, et d'autre part étudier si expérimentalement les décisions prises par les humains correspondent aux décisions prises par des systèmes flous. À cet effet, la littérature étant lacunaire sur ce point, une expérience a été conçue pour ce mémoire et les résultats seront commentés.

Enfin, nous verrons des applications possibles pour les bases de données et les systèmes décisionnels au chapitre 5. Comment intégrer des avantages de la logique floue au sein des bases de données ? Dans quelle mesure les systèmes décisionnels peuvent-ils utiliser la flexibilité de la logique floue ?

Chapitre 2

La logique floue

Vagueness is no more to be done away with in the world of logic than friction in mechanics. Charles Sanders Peirce.

Afin d'exemplifier chacune des définitions, nous allons concevoir au fil de ce chapitre un système d'inférence flou concret dont l'objectif est de décider du pourboire à donner à la fin d'un repas au restaurant en fonction de la qualité du service ainsi que de la qualité de la nourriture.

2.1 Les sous-ensembles flous

La logique floue repose sur la théorie des ensembles flous, qui est une généralisation de la théorie des ensembles classiques [Zadeh, 1965]. Par abus de langage, suivant les us de la littérature, nous utiliserons indifféremment les termes sous-ensembles flous et ensembles flous. Les ensembles classiques sont également appelés ensemble nets, par opposition à flou, et de même la logique classique est également appelée logique booléenne ou binaire.

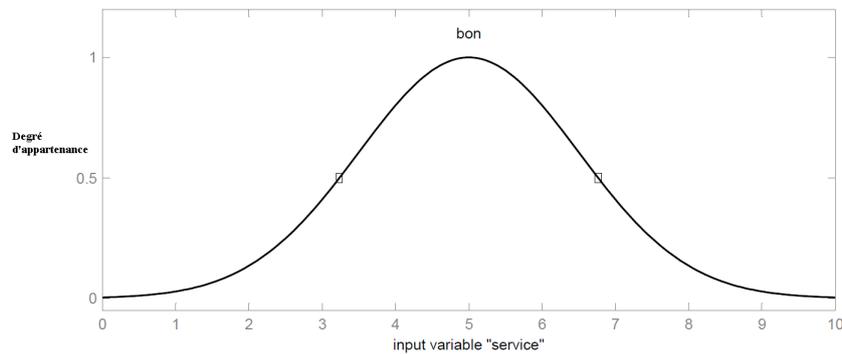


FIGURE 2.1: Fonction d'appartenance caractérisant le sous-ensemble 'bon' de la qualité du service

La figure 2.1 montre la fonction d'appartenance choisie pour caractériser le sous-ensemble 'bon' de la qualité du service.

Définition 1.

Soit X un ensemble. Un sous-ensemble flou A de X est caractérisé par une **fonction d'appartenance**. $f^a : X \rightarrow [0, 1]$.

Note : Cette fonction d'appartenance est l'équivalent de la fonction caractéristique d'un ensemble classique.

Dans notre exemple du pourboire, il nous faudra redéfinir des fonctions d'appartenance pour chaque sous-ensemble flou de chacune de nos trois variables :

- Input 1 : qualité du service. Sous-ensembles : mauvais, bon et excellent.
- Input 2 : qualité de la nourriture. Sous-ensembles : exécrable et délicieux.
- Output : montant du pourboire. Sous-ensembles : faible, moyen et élevé.

La forme de la fonction d'appartenance est choisie arbitrairement en suivant les conseils de l'expert ou en faisant des études statistiques : formes sigmoïde, tangente hyperbolique, exponentielle, gaussienne ou de toute autre nature sont utilisables.

La figure 2.2 montre graphiquement la différence entre un ensemble classique et l'ensemble flou correspondant à une nourriture délicieuse.

La figure 2.3 compare les deux fonctions d'appartenance correspondant aux ensembles précédents.

Pour pouvoir définir les caractéristiques des ensembles flous, nous redéfinissons et étendons les caractéristiques usuelles des ensembles classiques.

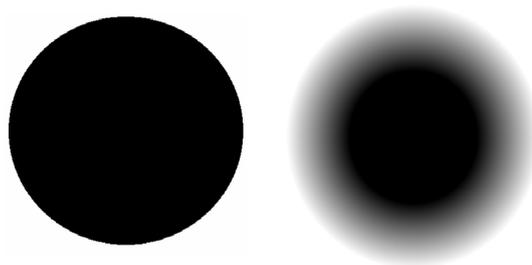


FIGURE 2.2: Représentation graphique d'un ensemble classique et d'un ensemble flou

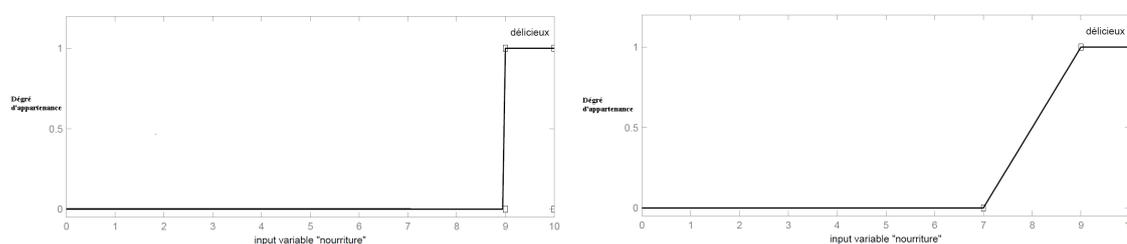


FIGURE 2.3: Comparaison entre fonction caractéristique d'un ensemble classique et fonction d'appartenance d'un ensemble flou

Soit X un ensemble, A un sous-ensemble flou de X et μ_A la fonction d'appartenance le caractérisant.

Définition 2.

La **hauteur** de A , notée $h(A)$, correspond à la borne supérieure de l'ensemble d'arrivée de sa fonction d'appartenance : $h(A) = \sup\{\mu_A(x) \mid x \in X\}$.

Définition 3.

A est dit **normalisé** si et seulement si $h(A) = 1$. En pratique, il est extrêmement rare de travailler sur des ensembles flous non normalisés.

Définition 4.

Le **support** de A est l'ensemble des éléments de X appartenant au moins un peu à A . Autrement dit, c'est l'ensemble $\text{supp}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}$.

Définition 5.

Le **noyau** de A est l'ensemble des éléments de X appartenant totalement à A . Autrement dit, c'est l'ensemble $\text{noy}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) = 1\}$. Par construction, $\text{noy}(A) \subseteq \text{supp}(A)$.

Définition 6.

Une α -coupe de A est le sous-ensemble classique des éléments ayant un degré d'appartenance supérieur ou égal à α : α -coupe(A) = $\{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$.

Une autre fonction d'appartenance pour un pourboire moyen sur lequel nous avons fait figurer les propriétés précédentes est présentée sur la figure 2.4.

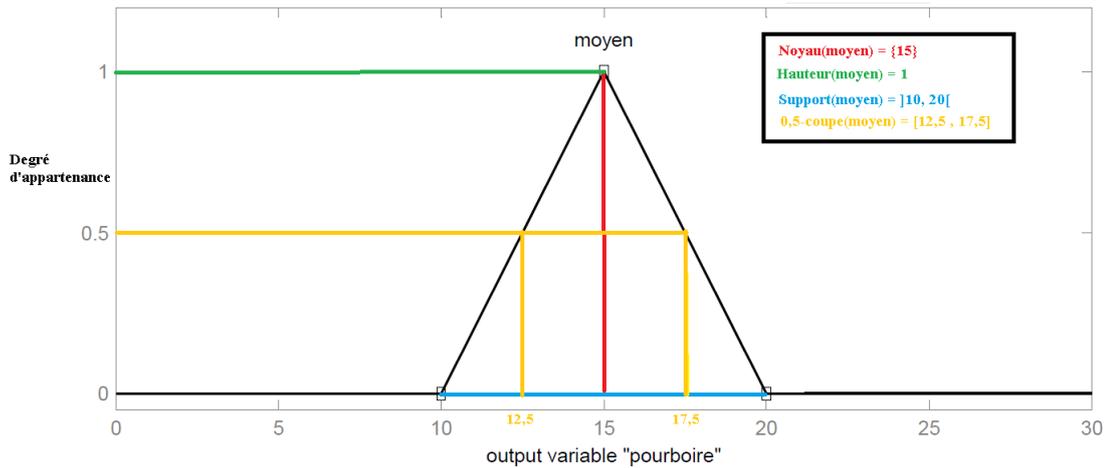


FIGURE 2.4: Comparaison entre fonction caractéristique d'un ensemble classique et fonction d'appartenance d'un ensemble flou

Nous remarquons que si A était un ensemble classique, nous aurions simplement $\text{supp}(A) = \text{noy}(A)$ et $h(A) = 1$ (ou $h(A) = 0$ si $A = \emptyset$). Nos définitions permettent donc bien de retrouver les propriétés usuelles des ensembles classiques. Nous ne parlerons pas de la cardinalité car nous n'utiliserons pas cette notion dans la suite de ce mémoire.

2.2 Les variables linguistiques

Le concept de fonction d'appartenance vu précédemment nous permettra de définir des systèmes flous en langage naturel, la fonction d'appartenance faisant le lien entre logique floue et variable linguistique que nous allons définir à présent.

Définition 7.

Soit V une variable (qualité du service, montant du pourboire, etc.), X la plage de valeurs de la variable et T_V un ensemble fini ou infini de sous-ensembles flous. Une **variable linguistique** correspond au triplet (V, X, T_V) .

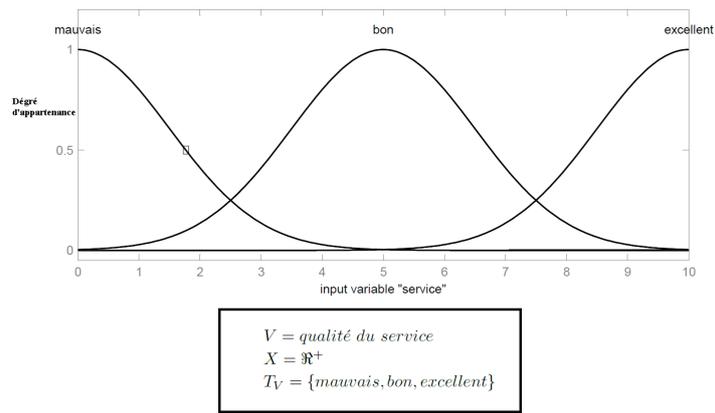


FIGURE 2.5: Variable linguistique 'qualité du service'

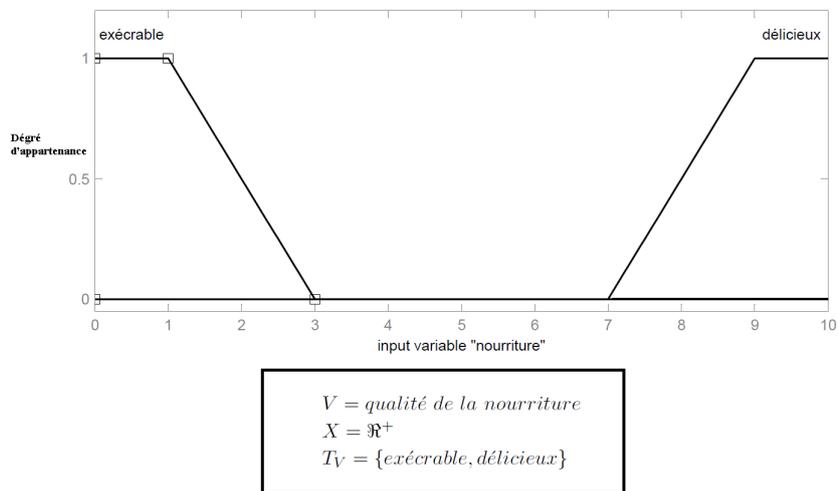


FIGURE 2.6: Variable linguistique 'qualité de la nourriture'

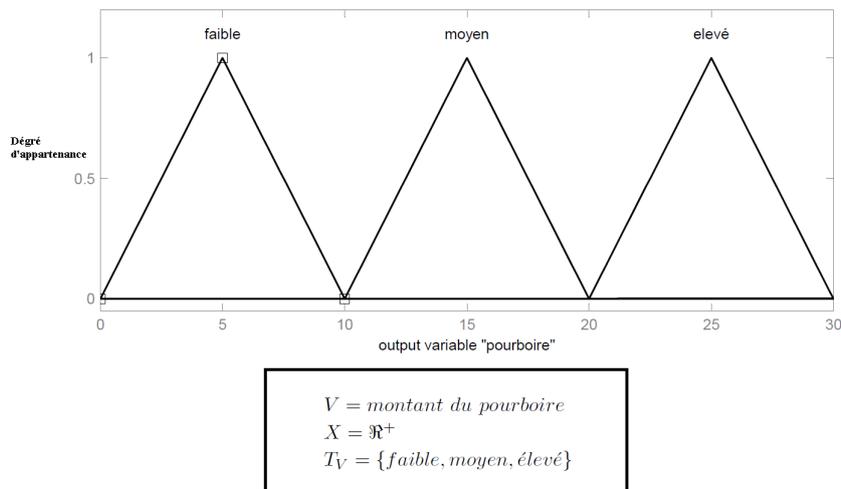


FIGURE 2.7: Variable linguistique 'montant du pourboire'

2.3 Les opérateurs flous

Afin de pouvoir manipuler aisément les ensembles flous, nous redéfinissons les opérateurs de la théorie des ensembles classiques afin de les adapter aux fonctions d'appartenance propres à la logique floue permettant des valeurs strictement entre 0 et 1.

Contrairement aux définitions des propriétés des ensembles flous qui sont toujours les mêmes, la définition des opérateurs sur les ensembles flous est choisie, à l'instar des fonctions d'appartenance. Voici les deux ensembles d'opérateurs pour le complément (NON), l'intersection (ET) et l'union (OU) utilisés le plus couramment :

Dénomination	Intersection ET : $\mu_{A \cap B}(x)$	Réunion OU : $\mu_{A \cup B}(x)$	Complément NON : $\mu_{\bar{A}}(x)$
Opérateurs de Zadeh MIN/MAX	$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$1 - \mu_A(x)$
Probabiliste PROD/PROBOR	$\mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$1 - \mu_A(x)$

Avec les définitions usuelles des opérateurs flous, nous nous retrouvons toujours les propriétés de commutativité, distributivité et associativité des opérateurs classiques. Cependant, relevons deux exceptions notables :

- En logique floue, le principe du tiers exclu est contredit : $A \cup \bar{A} \neq X$, autrement dit $\mu_{A \cup \bar{A}}(x) \neq 1$.

- En logique floue, un élément peut appartenir à A et non A en même temps : $A \cap \bar{A} \neq \emptyset$, autrement dit $\mu_{A \cap \bar{A}}(x) \neq 0$. Notons que ces éléments correspondent à l'ensemble $\text{supp}(A) - \text{noy}(A)$.

2.4 Le raisonnement en logique floue

En logique classique, les raisonnements sont de la forme :

$$\begin{cases} \text{Si } p \text{ alors } q \\ p \text{ vrai alors } q \text{ vrai} \end{cases}$$

En logique floue, le raisonnement flou, également appelé raisonnement approximatif, se base sur des **règles floues** qui sont exprimées en langage naturel en utilisant les variables linguistiques dont nous avons donné la définition précédemment. Une règle floue aura cette forme :

Si $x \in A$ et $y \in B$ alors $z \in C$, avec A , B et C des ensembles flous.

Par exemple :

'Si (la qualité de la nourriture est délicieuse), alors (le pourboire sera élevé).'

La variable 'pourboire' appartient à l'ensemble flou 'élevé' à un degré qui dépend du degré de validité de la prémisse, autrement dit du degré d'appartenance de la variable 'qualité de la nourriture' à l'ensemble flou 'délicieux'. L'idée sous-jacente est que plus les propositions en prémisse sont vérifiées, plus l'action préconisée pour les sorties doit être respectée. Pour connaître le degré de vérité de la proposition floue 'le pourboire sera élevé', nous devons définir l'implication floue.

À l'instar des autres opérateurs flous, il n'existe pas de définition unique de l'application floue : le concepteur du système flou devra choisir parmi le large choix d'implication floue déjà définies, ou bien la définir à la main. Voici les deux définitions de l'implication floue les plus couramment utilisées :

Nom	Valeur de vérité
Mamdani	$\min(f_a(x), f_b(x))$
Larsen	$f_a(x) \times f_b(x)$

Fait notable, ces deux implications ne généralisent à l'implication classique. Il existe d'autres définitions d'implication floue la généralisant, mais elles sont moins utilisées.

Si nous choisissons l'implication de Mamdani, voici ce que nous obtenons pour la

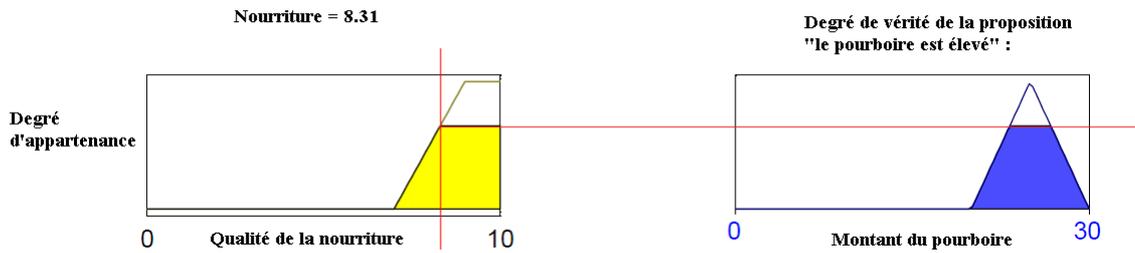


FIGURE 2.8: Exemple d'implication floue

règle floue 'Si (la qualité de la nourriture est délicieuse), alors (le pourboire sera élevé)' lorsque la qualité de la nourriture est notée 8,31 sur 10 :

Le résultat de l'application d'une règle floue dépend donc de trois facteurs :

1. la définition d'implication floue choisie ;
2. la définition de la fonction d'appartenance de l'ensemble flou de la proposition située en conclusion de la règle floue ;
3. le degré de validité des propositions situées en prémisse.

Comme nous avons définies les opérateurs flous ET, OU et NON, la prémisse d'une règle floue peuvent très bien être formée d'une conjonction de propositions floues. L'ensemble des règles d'un système flou est appelé la **matrice des décisions**. Voici celui de notre exemple du pourboire :

Si le service est mauvais ou la nourriture est exécration	alors le pourboire est faible
Si le service est bon	alors le pourboire est moyen
Si le service est excellent ou la nourriture est délicieuse	alors le pourboire est élevé

Si nous choisissons l'implication de Mamdani ainsi que la traduction du OU par MAX, voici ce que nous obtenons pour la règle floue 'Si (le service est excellent ou la nourriture est délicieuse), alors (le pourboire sera élevé)' lorsque la qualité du service est notée 7,83 sur 10 et la qualité de la nourriture 7,32 sur 10 :

Nous allons maintenant appliquer l'ensemble des 3 règles de notre matrice des décisions. Cependant, nous allons obtenir 3 ensembles flous pour le pourboire : nous les agrégerons par l'opérateur MAX qui est presque toujours utilisé pour l'agrégation.

Comme nous le voyons, il ne nous reste plus qu'à prendre la décision finale, à savoir quel pourboire nous allons réellement donner sachant que la qualité du service est notée 7,83 sur 10 et la qualité de la nourriture 7,32 sur 10. Cette étape finale, qui

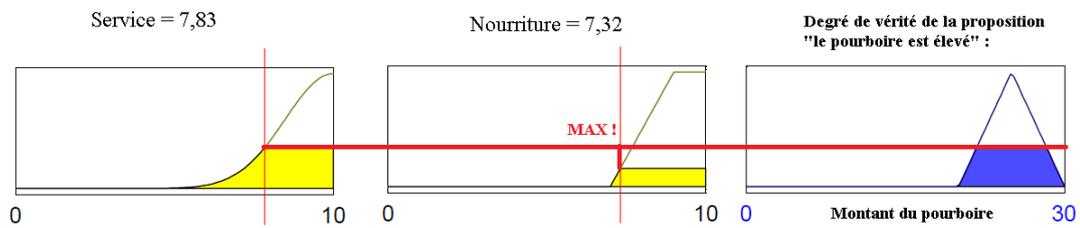


FIGURE 2.9: Exemple d'implication floue avec conjonction OU traduite par un MAX

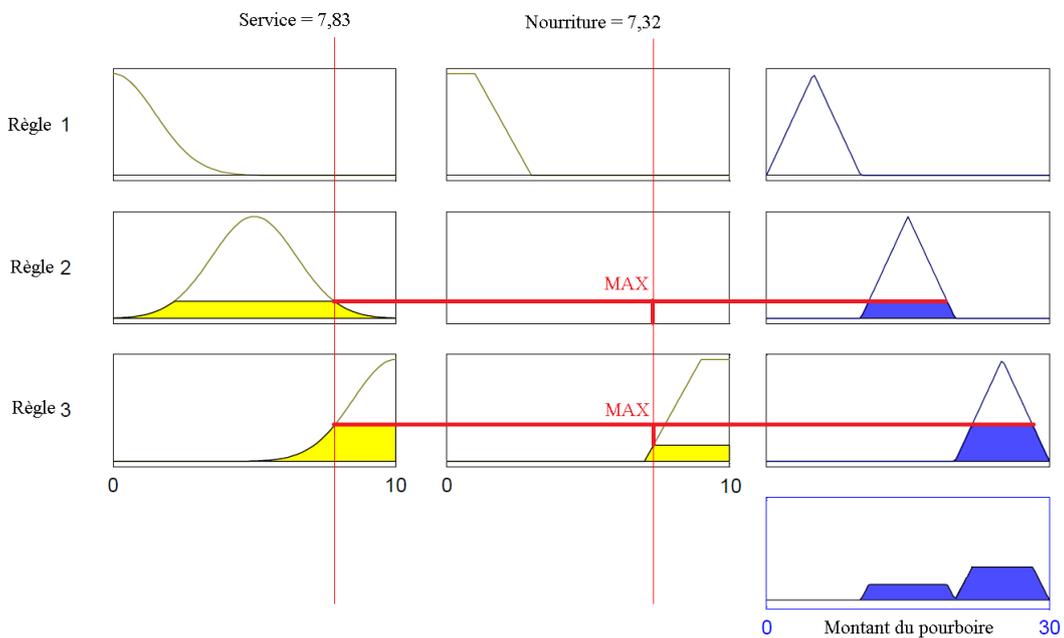


FIGURE 2.10: Exemple d'implication floue en utilisant la matrice des décisions

permet de passer de l'ensemble flou issu de l'agrégation des conclusions à une décision unique, s'appelle la **défuzzification**.

2.5 La défuzzification

Comme pour tous les opérateurs flous, le concepteur du système flou doit choisir parmi plusieurs définitions possibles de défuzzifications. Une liste détaillée peut être consultée dans [Leekwijck and Kerre, 1999]. Nous allons présenter brièvement les deux principales méthodes de défuzzification : la méthode moyenne des maxima (MM)

et la méthode du centre de gravité (COG).

La défuzzification MM définit la sortie (décision du montant du pourboire) comme étant la moyenne des abscisses des maxima de l'ensemble flou issu de l'agrégation des conclusions.

$$Décision = \frac{\int_S y \cdot dy}{\int_S dy}$$

$$\text{où } S = \{y_m \in R, \mu(y_m) = SUP_{y \in R}(\mu(y))\}$$

et R est l'ensemble flou issu de l'agrégation des conclusions.

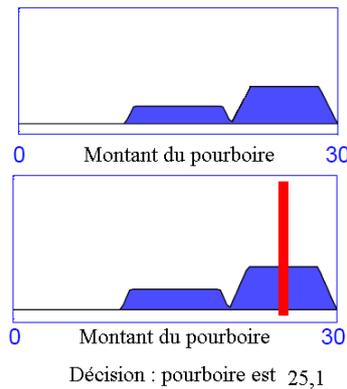


FIGURE 2.11: Défuzzification avec la méthode moyenne des maxima (MM)

La défuzzification COG est plus couramment utilisée. Elle définit la sortie comme correspondant à l'abscisse du centre de gravité de la surface de la fonction d'appartenance caractérisant l'ensemble flou issu de l'agrégation des conclusions.

$$Décision = \frac{\int_S y \cdot \mu(u) \cdot dy}{\int_S \mu(u) \cdot dy}$$

Cette définition permet d'éviter les discontinuités qui pouvaient apparaître dans la défuzzification MM, mais est plus complexe et demande des calculs plus importants. Certains travaux tel [Madau D., 1996] cherchent à améliorer les performances en cherchant d'autres méthode aussi efficace mais avec une complexité algorithmique moindre. Comme nous le voyons sur les 2 figures montrant les méthodes de défuzzification MM et COG appliquées à notre exemple, le choix de cette méthode a un effet important sur la décision finale.

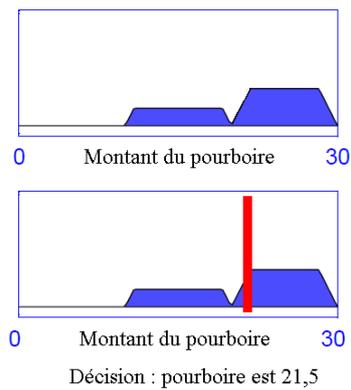


FIGURE 2.12: Défuzzification avec la méthode centre de gravité (COG)

2.6 Conclusions

Au cours des définitions, nous avons vu que le concepteur d'un système flou doit faire un nombre de choix importants. Ces choix se basent essentiellement sur les conseils de l'expert ou sur l'analyse statistique des données passées, en particulier pour définir les fonctions d'appartenance et la maîtrise des décisions.

Voici un aperçu synoptique d'un système flou :

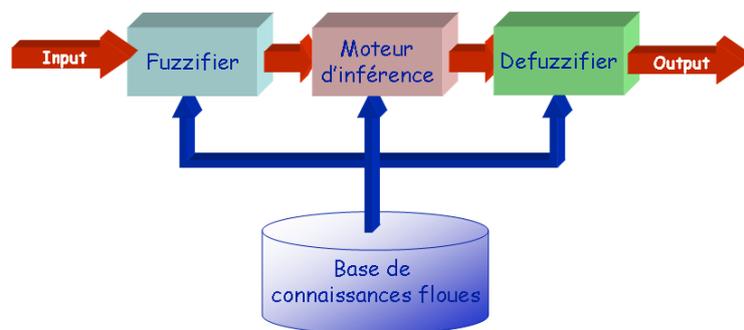


FIGURE 2.13: Aperçu synoptique d'un système flou

Dans notre exemple,

- l'**input** est 'la qualité du service est notée 7,83 sur 10 et la qualité de la nourriture 7,32 sur 10' ;
- le **fuzzifier** correspond aux 3 variables linguistiques 'qualité du service', 'qualité de la nourriture' et 'montant du pourboire' ;

- le **moteur d'inférence** est constitué du choix des opérateurs flous ;
- la **base de connaissances** floues est l'ensemble des règles floues ;
- le **defuzzifier** est la partie où entrent en jeu la méthode de défuzzification ;
- l'**output** correspond à la décision finale : 'le montant du pourboire est 25,1'.

Il est intéressant de voir l'ensemble des décisions en fonction de chacune des variables avec notre système d'inférence flou par rapport au type d'ensemble de décisions que nous obtiendrions en utilisant la logique classique :

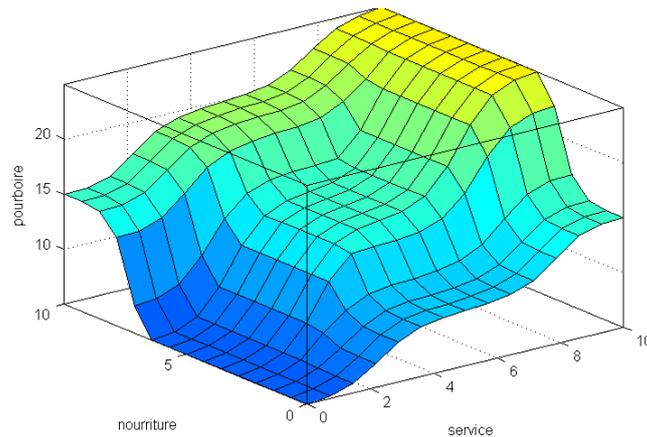


FIGURE 2.14: Ensemble des décisions d'un système flou

Ainsi, la logique floue permet de mettre en place des systèmes d'inférence dont les décisions sont sans discontinuités, flexibles et non linéaires, plus proche du comportement humain que ne l'est la logique classique. De plus, les règles de la matrice des décisions sont exprimées en langage naturel. Nous allons voir en seconde partie si le raisonnement humain dans le cadre de prise de décision comme dans l'exemple du pourboire a des résultats similaires aux inférences émanant de systèmes flous.

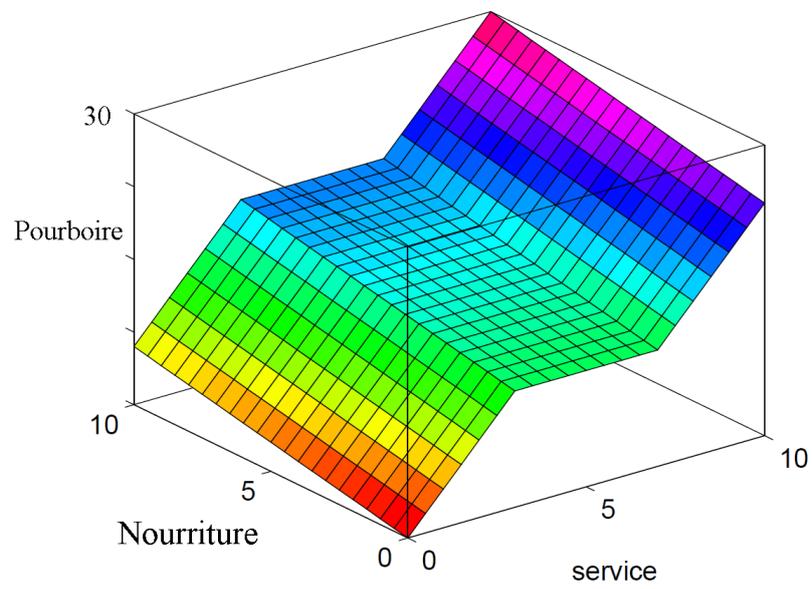


FIGURE 2.15: Ensemble des décisions d'un système se basant sur la logique classique

Chapitre 3

Le raisonnement humain

L'être humain va au-delà de l'information immédiatement disponible.
Jerome Bruner.

3.1 Le problème

La **raison** est la faculté de penser, en tant qu'elle permet à l'homme de bien juger et d'appliquer ce jugement à l'action. C'est la capacité délaborer, à partir de connaissances primitives sur l'état réel ou hypothétique de son environnement (**prémises**), d'autres connaissances ou croyances sur l'état de cet environnement (**conclusions**), par des activités totalement intériorisées. Le **raisonnement** désigne l'activité de la raison, autrement dit la méthode du passage des prémisses à la conclusion.

Le 20^{ème} siècle fut un tournant majeur pour la compréhension du raisonnement humain : des hypothèses jusqu'alors fermement enracinées dans la pensée commune ont été totalement remises en question, et de nouvelles théories ont vu le jour afin de combler les lacunes de ces premières.

Néanmoins, beaucoup d'observations expérimentales sur le raisonnement humain ne restent que partiellement expliquées : le but de ce chapitre est de voir en quelle mesure la logique floue peut représenter un technique novatrice pour la compréhension du raisonnement humain.

À cette fin, nous allons nous pencher sur plusieurs problèmes qui motivèrent l'élaboration de nouvelles théories du raisonnement humain à partir du 20^{ème} siècle et se demander si la logique floue peut y apporter une réponse alternative.

3.2 Les probabilités non additives

Le début de la théorie des probabilités date de la correspondance entre Pierre de Fermat et Blaise Pascal en 1654 et fut axiomatisée par Kolmogorov en 1933 [Shafer G., 2005]. Une des conséquences directes de ces axiomes est que $P(\Omega \setminus E) = 1 - P(E)$, où Ω est l'univers, et E un événement quelconque.

Les probabilités peuvent être interprétées de deux façons :

- Objectivement : les probabilités sont des valeurs accordées à des événements dans le cadre de jeux de hasard.
- Subjectivement : les probabilités correspondent en termes numériques aux états de connaissances d'un humain sur un événement ou état du monde.

Le propos de ce texte étant d'étudier le raisonnement humain, nous ne garderons que la seconde interprétation. Dans cette perspective, la valeur probabilité est propre à chacun.

Or, il se trouve que expérimentalement, nous pouvons montrer que les probabilités utilisées et générées par le raisonnement humain ne respectent pas les axiomes de Kolmogorov, car violent la conséquence $P(\Omega \setminus E) = 1 - P(E)$ précédemment vue.

3.2.1 Sous-additivité

[Redelmeier DA, 1995] a fait l'expérience suivante : le cas d'un patient admis dans un hôpital a été résumé à des médecins de Stanford, et il fut demandé à ces derniers d'estimer la probabilité de chacun des événements suivants :

- Le patient meurt pendant son séjour à l'hôpital ;
- Le patient sort vivant de l'hôpital mais meurt dans moins d'un an ;
- Le patient mourra quelque part entre 1 et 10 ans ;
- Le patient suivra au moins de 10 ans encore

Comme ces quatre événements forment une partition de l'univers, car quel que soit la durée de vie du patient, 1 et 1 seul de ces événements sera vrai, nous nous attendrions à ce que la somme des probabilités soit égale à 1. Or, expérimentalement, nous trouvons que la moyenne de la somme de ces quatre probabilités est égale à 1.64 (intervalle de confiance à 95% : [1.34, 1.94]). Ce résultat montrant que la somme des probabilités des événements d'une partition de l'univers est supérieure à 1 est appelé **sous-additivité** du jugement des probabilités.

Le terme de sous-additivité vient des mathématiques, qui définissent une fonction

sous-additive ainsi :

Définition 8.

Une fonction $f: A \rightarrow B$ est dite **sous-additive** ssi A est un ensemble de définition clos pour l'addition, B est un ensemble d'arrivée partiellement ordonné clos pour l'addition et $\forall x, y \in A, f(x + y) \leq f(x) + f(y)$.

3.2.2 Sur-additivité

A contrario, certains articles tels [Cohen et al., 1956], [Macchi, 1999] et [Boven and Epley, 2003] montrent que dans certaines conditions, le jugement des probabilités peut refléter une **sur-additivité**, autrement dit que la somme des probabilités des événements d'une partition de l'univers est inférieure à 1.

Définition 9.

Une fonction f est dite **sur-additive** ssi elle n'est pas sous-additive.

Par exemple, [Macchi, 1999] a demandé à des étudiants d'évaluer la probabilité des deux événements suivants :

- Le point de congélation de l'essence n'est pas égal à celui de l'alcool. Quelle est la probabilité pour que le point de congélation de l'essence soit plus grande que celui de l'alcool ?
- Le point de congélation de l'essence n'est pas égal à celui de l'alcool. Quelle est la probabilité pour que le point de congélation de l'alcool soit plus grande que celui de l'essence ?

L'analyse des résultats montre qu'en moyenne la somme de ces deux probabilités est d'environ 0.9, au lieu de 1 comme nous aurions pu nous y attendre, le premier événement étant le complémentaire du second. [Macchi, 1999] étudie les différents facteurs pouvant accentuer ou diminuer cette somme. Dans les grandes lignes, nous constatons que plus le sujet est sûr de son jugement, plus il aura tendance à avoir des probabilités sous-additives, et à l'inverse moins il est sûr de ce jugement, plus il aura tendance à avoir des probabilités sur-additives. La **support theory** [Tversky and Koehler, 1994] permet de prévoir mieux en détails le type de non additivité et donne une explication unifiée des résultats expérimentaux par relatés précédemment.

Par conséquent, le raisonnement humain fait fi des axiomes de Kolmogorov, qui posent les fondements de la théorie des probabilités. Celle-ci ne permet donc pas de modéliser l'ensemble des raisonnements humains.

3.2.3 Logique floue et non additivité

En logique floue, comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, le principe du tiers exclu est contredit ($A \cup \bar{A} \neq X$, i.e. $\mu_{A \cup \bar{A}}(x) \neq 1$) car la définition de l'opérateur OU est classiquement $\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$ (Zadeh min/max) ou $\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \times \mu_B(x)$ (PROD/PROBOR). Le problème de la non additivité ne se pose plus. Selon les fonctions d'appartenance choisies, nous pouvons avoir ce que nous voulons : sur-additivité, sous-additivités ou somme égale à 1.

Modélisons notre dernier exemple sur les points de congélation issu de [Macchi, 1999] dans un système flou :

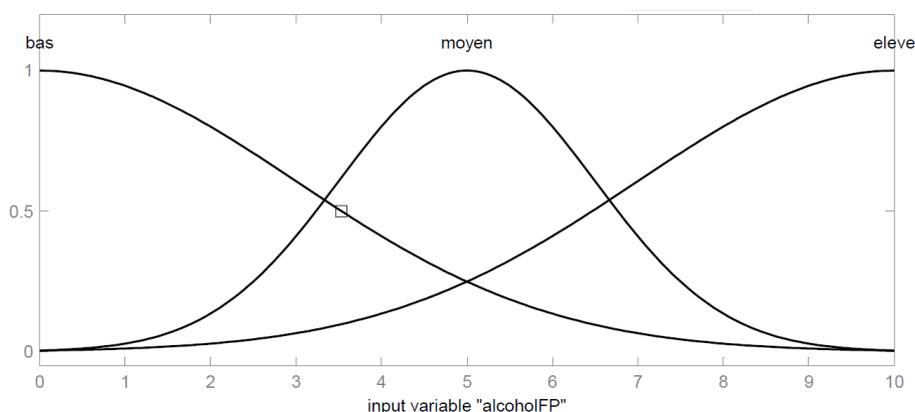


FIGURE 3.1: Variable point de congélation de l'alcool

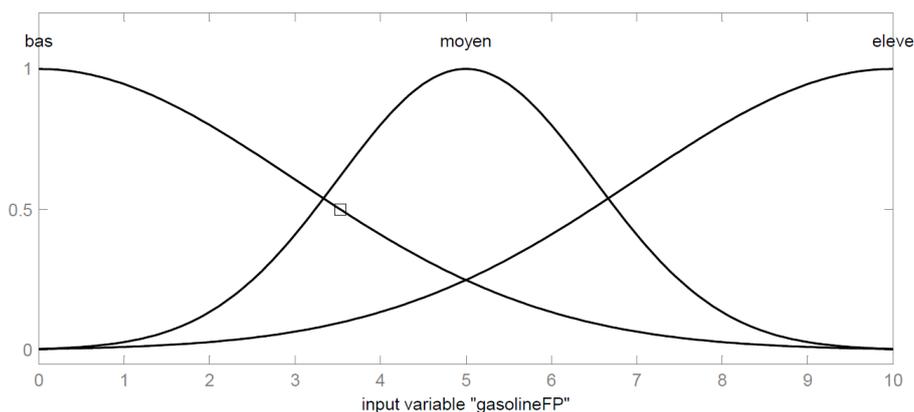


FIGURE 3.2: Variable point de congélation de l'essence

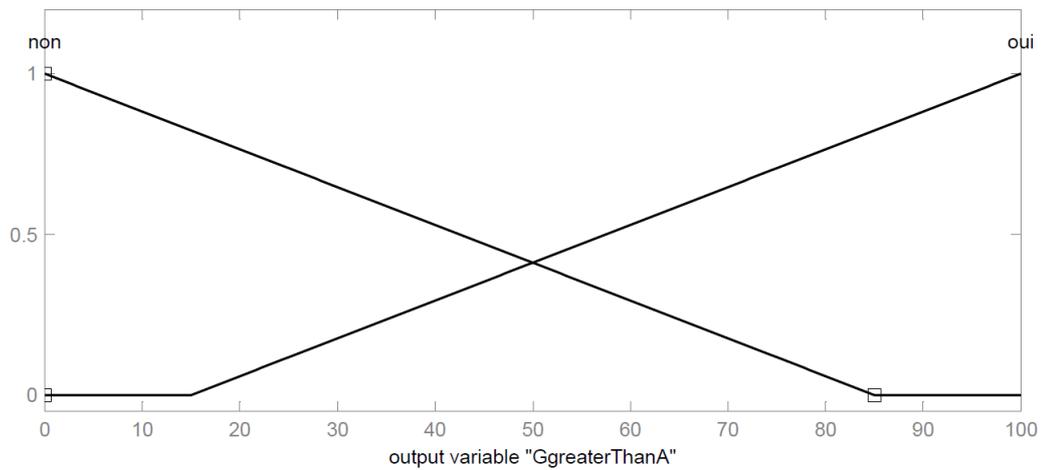


FIGURE 3.3: Variable point de congélation de l'essence plus grand que alcool

Voici les choix d'opérateurs flous que nous faisons (choix classique) :

Opérateur	Choix
OU	max
ET	min
Implication	Mamdani
Agrégation	max
Défuzzication	COG

La matrice de décisions sera la suivante :

Si PC alcool est bas	et si PC essence est moyen	alors GgreaterThanA est oui.
Si PC alcool est bas	et si PC essence est élevé	alors GgreaterThanA est oui.
Si PC alcool est moyen	et si PC essence est bas	alors GgreaterThanA est non.
Si PC alcool est moyen	et si PC essence est élevé	alors GgreaterThanA est oui.
Si PC alcool est élevé	et si PC essence est bas	alors GgreaterThanA est non.
Si PC alcool est élevé	et si PC essence est moyen	alors GgreaterThanA est non.

où :

- PC alcool signifie point de congélation de l'alcool ;
- PC essence signifie point de congélation de l'essence ;
- GgreaterThanA est oui signifie que le point de congélation de l'essence est plus élevé que le point de congélation de l'alcool ;
- GgreaterThanA est non signifie que le point de congélation de l'essence est plus bas que le point de congélation de l'alcool.

Imaginons que PC alcool est égal à 5/10 et PC essence est égal à 7,95/10 (n'étant

pas experts en congélation, nous avons choisi de mesurer les points de congélation sur une échelle de 0 à 10). Notre système flou donne alors pour valeur $G_{\text{greaterThanA}} = 66,7$. Avec cette valeur, nous pouvons retrouver les degrés d'appartenance sous-ensembles flous "oui" et "non" :

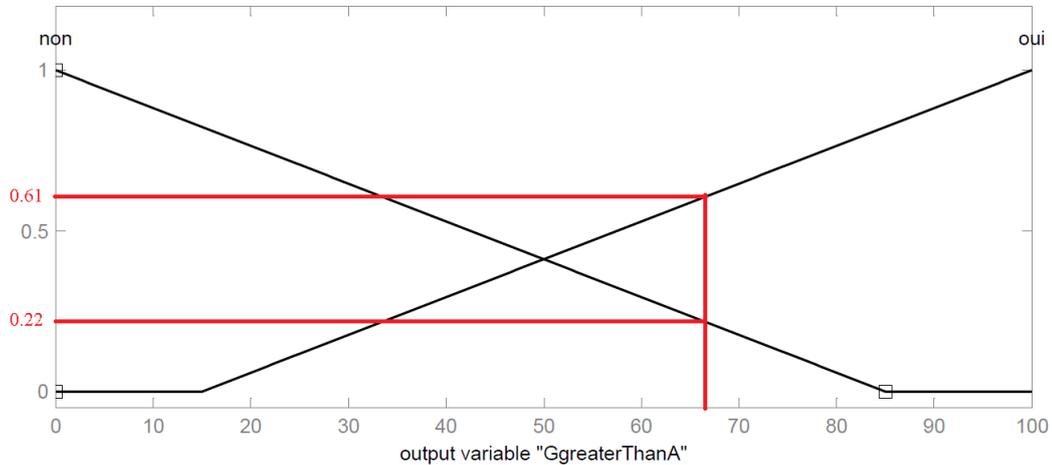


FIGURE 3.4: Sur-additivité obtenue par logique floue

Le degré d'appartenance au sous-ensemble flou "non" est $\frac{85-66,7}{85} \approx 0,22$ et le degré d'appartenance au sous-ensemble flou "oui" est $\frac{66,7-15}{85} \approx 0,61$. Nous constatons que $0,22 + 0,61 < 1$, ce qui reflète la sur-additivité trouvée expérimentalement dans [Macchi, 1999].

Plus généralement, la non-additivité qui a été montrée dans beaucoup d'études de psychologie expérimentale peut ainsi être modélisée en logique floue via le choix des variables et des fonctions d'appartenance de leurs sous-ensembles flous.

3.3 Les paradoxes cognitifs de la logique classique

La logique classique (binaire) génèrent souvent des conclusions qui diffèrent de ce que les humains font en pratique. Nous allons voir dans cette section si la logique floue permet de mieux expliquer certaines de ces différences.

3.3.1 Paradoxes sorites

Les paradoxes sorites apparaissent lorsque nous posons des questions du type "Combien de grains faut-il pour faire un tas?". La réponse est ardue car en langage courant,

aucun grain ajouté peut être identifié comme faisant la différence entre tas et non tas. Etant donné qu'un grain seul n'est pas considéré comme étant un tas, il s'en suit que 2 grains ne forment pas un tas, pas plus que 3, etc. Néanmoins, si nous continuons à ajouter ainsi des grains, au bout un certain nombre non défini, nous obtenons pourtant un tas.

En logique classique, la proposition "T est un tas" pose donc problème, car doit être soit vraie, soit fausse. Or, nous venons de voir qu'il n'existe pas de seuil exprimable en nombre de grains au-delà duquel un non-tas et devient tas.

En logique floue, ce problème est moins important car nous pouvons définir "T est un tas" comme étant un ensemble flou : nous n'avons plus cet effet de "seuil" de la logique classique. Néanmoins, il faudra tout de même définir une fonction d'appartenance.

3.3.2 Paradoxe de l'implication

En logique classique, les implications sont du type "Si A alors B". Par définition, l'implication est toujours vraie lorsque A est faux. Ainsi, l'implication "si $1+1=3$ alors $1+1=2$ " est considérée comme étant vraie, alors que cognitivement beaucoup de personnes ne l'acceptent pas comme étant vraie. Cela est un paradoxe émanant de la définition de l'implication.

Or, en logique floue, c'est le concepteur du système flou qui choisit toutes les règles floues du système. N'ayant aucun intérêt à mettre des règles inutiles telles "si $1+1=3$ alors $1+1=2$ ", il n'y aura normalement que des règles utiles pour les besoins du système.

3.3.3 Paradoxe de Hempel

Prenons la proposition « Tous les corbeaux sont noirs » (H). Cette phrase est logiquement équivalente à « Tous les objets non-noirs sont des non-corbeaux » (H'). En effet, par la loi de contraposition, $P \rightarrow Q$ est équivalent à $\neg Q \rightarrow \neg P$.

Il en résulte que la découverte d'un corbeau noir confirme (H) et également (H'), mais aussi que la découverte d'une chose non-noire qui n'est pas un corbeau telle qu'un flamand rose ou même un parapluie gris, confirme (H') et donc (H). Cette dernière conclusion apparaît comme paradoxale.

En logique floue, les ensembles flous ainsi que la matrice des décisions sont fixés par le

concepteur du système. Néanmoins, il est possible de redéfinir ces ensembles ou règles floues par apprentissage, notamment via réseaux de neurones. Cette combinaison entre logique floue et réseaux de neurone est appelée **neuro-fuzzy** [Jangi, 1992]. Nous n'entrerons pas dans les détails ici mais le ferons dans la partie 4.3.4.

3.3.4 Tâche de sélection de Wason

La tâche de sélection de Wason est une expérience qui permet de tester la maîtrise du modus ponens et du modus tollens chez les sujets [P. C. Wason, 1966]. Voici ce qui est proposé aux sujets tel que décrit dans l'expérience originale : « Quatre cartes comportant un chiffre sur une face et une lettre sur l'autre, sont disposées à plat sur une table. Une seule face de chaque carte est visible. Les faces visibles sont les suivantes : D, 7, 5, K. Quelle(s) carte(s) devez-vous retourner pour déterminer la ou les carte(s) qui ne respecte(nt) pas la règle suivante : Si une carte a un D sur une face, alors elle porte un 5 sur l'autre face. Il ne faut pas retourner de carte inutilement, ni oublier d'en retourner une. »

Environ 80% des sujets se trompent dans leur réponse. L'erreur la plus courante, à savoir retourner la carte 5, et oublier la carte 7, révèle deux biais cognitifs :

- un biais de vérification, qui consiste à chercher davantage une vérification qu'une réfutation de la règle ;
- un biais d'appariement, qui consiste à se focaliser sur les items cités dans l'énoncé.

En terme logique, l'oubli de la carte 7 montre une mauvaise maîtrise du modus tollens. Le choix 5 correspond au sophisme de l'affirmation du conséquent, c'est-à-dire à confondre une simple relation d'implication avec une relation d'équivalence logique.

La logique floue ne permet pas de prévoir le sophisme de l'affirmation du conséquent, mais peut néanmoins le simuler sans aucun problème théorique : la confusion entre implication et équivalence logique ne peut pas avoir lieu, sauf si elle est volontairement introduite par le concepteur du système. Il en va de même pour le modus tollens.

Notons que des recherches se penchent actuellement sur le modus tollens flou, notamment pour l'élaboration de systèmes de raisonnement basés sur l'expérience ([Zhaohao Sun and Sun., 2005]).

3.4 Le langage naturel

L'être humain raisonne la plupart du temps sur des énoncés formulés en langage

naturel. La logique classique ne peut pas conserver de manière satisfaisante les liens entre des propositions du type :

- “Ce lapin est petit”
- “Certains lapins sont petits”
- “Certains lapins sont très petits”
- “Certains lapins ne sont pas très petits”

Nous avons vu dans le premier chapitre que la logique floue se base sur le concept de variables linguistiques, ce qui permet d'introduire une très grande souplesse dans les caractérisations. Afin de mieux prendre en compte les propositions formulées en langage naturel, Zadeh a publié trois longs articles en 1975 pour étendre la notion de variables linguistiques [Zadeh, 1975a] [Zadeh, 1975b] [Zadeh, 1975c], qu'il a repris quelques années en 1978 dans [Zadeh, 1978] où il a posé les bases de la théorie PRUF (*Possibilistic Relational Universal Fuzzy Language*).

En particulier, au-delà des simples variables linguistiques, PRUF introduit quatre autres concepts linguistiques pouvant être modélisés en logique floue :

- les modificateurs. Exemple : “X est très loin” ;
- les quantificateurs. Exemple : “La plupart des Chinois ont les cheveux noirs” ;
- les qualificatifs. Exemple : “Il est probable qu’X soit loin” ;
- les opérateurs de composition. Exemple : “X est proche et Y est loin” . Les opérateurs de composition correspondent aux opérateurs et/ou, nous les avons déjà vus en première partie).

Par souci de concision, nos propos ayant ici pour but de montrer la flexibilité de la logique floue pour la formalisation du langage naturel par rapport aux logiques classique, nous allons que brièvement expliquer comment définir les modificateurs.

Les modificateurs sont des adverbes qui modifient une variable floue afin d'intensifier ou de diminuer sa signification, tel “très”, “moyennement” ou encore “plutôt”. Par exemple, cela nous permet d'obtenir l'ensemble flou “très dynamique” à partir des ensembles flous “dynamique” et “très” .

Définition 10.

Un modificateur linguistique est un opérateur m caractérisé par une fonction t_m telle que si A un ensemble flou caractérisé par la fonction d'appartenance f_a , $m(A)$ est un ensemble flou caractérisé par $f_{m(A)}$, avec $f_{m(A)} = t_m(f(A))$.

Voici quelques exemples de modificateurs introduits initialement dans les articles de Zadeh :

- “très” : $t_m(x) = x^2$;

- "plus ou moins" : $t_m(x) = \sqrt{x}$;
- "non" : $t_m(x) = 1 - x$;

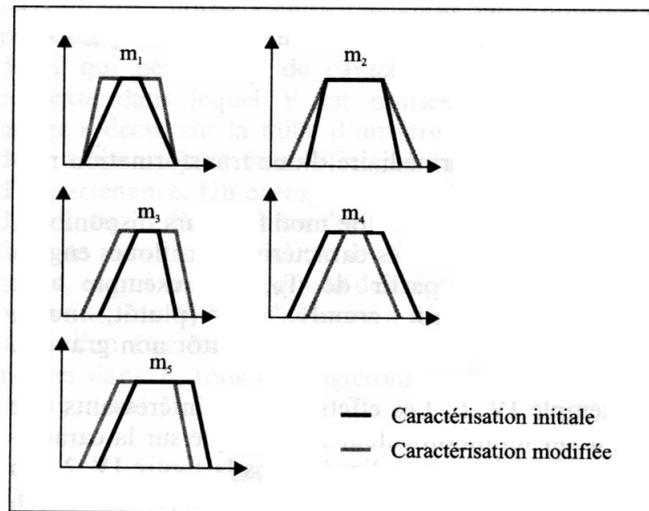


FIGURE 3.5: Effet des modificateurs

Une autre façon de définir un modificateur est de le représenter directement comme un ensemble flou [Ribeiro and Moreira, 2003], ce qui permet de manipuler le même type d'éléments dans le système flou :

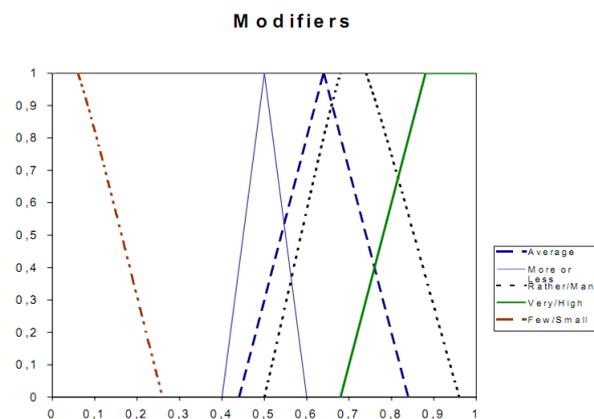


FIGURE 3.6: Fonctions d'appartenance de modificateurs

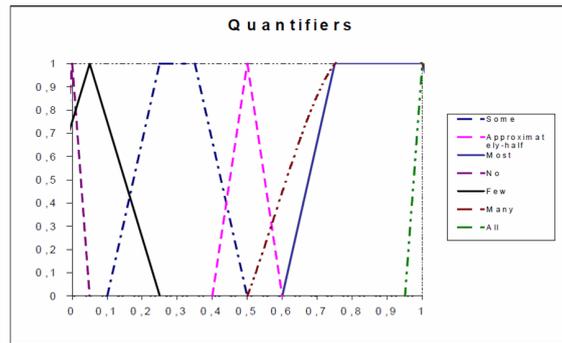


FIGURE 3.7: Fonctions d'appartenance de quantificateurs

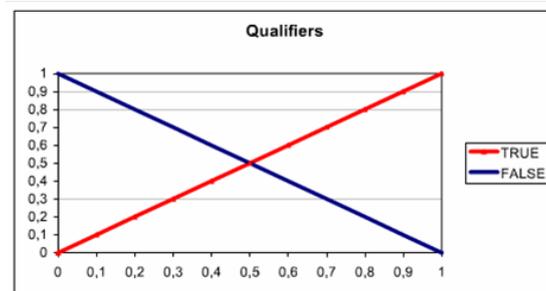


FIGURE 3.8: Fonctions d'appartenance de qualificateurs

3.5 Conclusions

L'objectif de ce chapitre était de voir quel était la "proximité" entre le raisonnement humain et la logique floue. Pour cela, nous avons étudié plusieurs facettes du raisonnement humain difficilement mobilisables et expérimentalement mis à mal en terme de probabilité et de logique classiques.

La logique floue semble apporter une réponse satisfaisante pour la non additivité des probabilités constatées chez les sujets humains. La logique floue permet également de répondre ou d'atténuer certains paradoxes apparaissant en logique classique. Néanmoins, il serait utile de creuser l'étude pour mieux analyser certains aspects de ces paradoxes en logique floue, notamment l'expression de la tâche de sélection de Wason.

Une force indéniable de la logique floue est sa proximité avec le langage naturel. Par essence, les règles de la matrice des décisions sont exprimées en langage naturelle,

et la base de logique floue repose sur la théorie des ensembles flous qui se prête très bien à exprimer les variables linguistiques.

La logique floue semble ainsi fournir un bon cadre théorique pour le raisonnement humain, tout du moins son imitation. Nous allons voir dans le chapitre suivant si expérimentalement nous pouvons retrouver des traces d'inférences floues dans les comportements de sujets humains dans le cadre de tâches de décision qui leur seront affectées.

Chapitre 4

Expériences

La vérité n'est pas l'exactitude. Henri Matisse.

4.1 Objectifs

Il n'existe malheureusement que peu d'études comparant les résultats des systèmes d'inférence basée sur la logique floue avec les résultats qui émanent des raisonnements humains. Dans ce chapitre, nous analyserons deux aspects du raisonnement humain à travers deux expériences.

Nous relaterons tout d'abord un article de recherche dans le domaine de l'informatique médicale dont les auteurs ont tenté de concevoir un système d'aide à la décision se fondant sur la logique floue pour aider les anesthésistes lors des opérations chirurgicales. La perspective sera alors l'étude du type d'inférences chez les humains lorsque l'on donne à ces derniers des variables objectives très précises et très certaines issues d'instruments de mesure médicaux.

Dans un second temps, nous ferons notre propre expérience dans le monde des jeux vidéo. Nous étudierons comment des gamers donnent des notes à des jeux vidéo en fonction de deux critères qu'ils évalueront eux-mêmes, contrairement à l'expérience précédente où l'évaluation de ces deux critères n'est pas fait par l'humain mais est donnée par une source externe.

4.2 Système d'aide à la décision pour anesthésistes

Dans l'étude [Hamdi Melih Saraoglu, 2007], les auteurs se sont penchés sur la prise de décision des anesthésistes au cours des opérations chirurgicales. Au cours de ces dernières, un anesthésiste décide du contenu du gaz que le patient respire continuellement : ce gaz doit être plus ou moins anesthésiant selon la condition du patient à l'instant donné de l'opération.

Pour prendre cette décision, l'anesthésiste se base sur 2 critères principaux (input) :

- SAP : systolic arterial pressure (tension artérielle);
- HRP : heart pulse rate (rythme cardiaque).

En fonction de ces 2 critères, l'anesthésiste prendra décision (output) :

- AO : Taux de produits anesthésiques dans le gaz (anesthesia output).

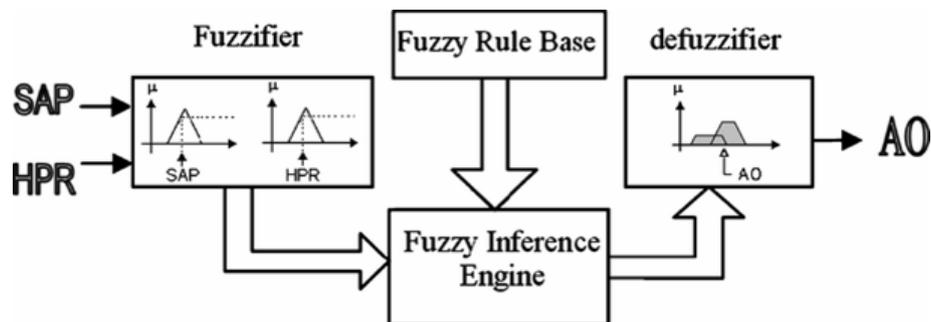


FIGURE 4.1: Vue d'ensemble du système d'inférences

Dans un premier temps, les auteurs de l'étude définissent le système flou artificiel, et dans un second temps le mettent en situation réelle afin de comparer ces résultats avec les décisions prises par les anesthésistes humains. Nous allons donc tout d'abord expliquer brièvement le système flou choisi.

Tout d'abord, voici les ensembles flous et la matrice de décision retenus :

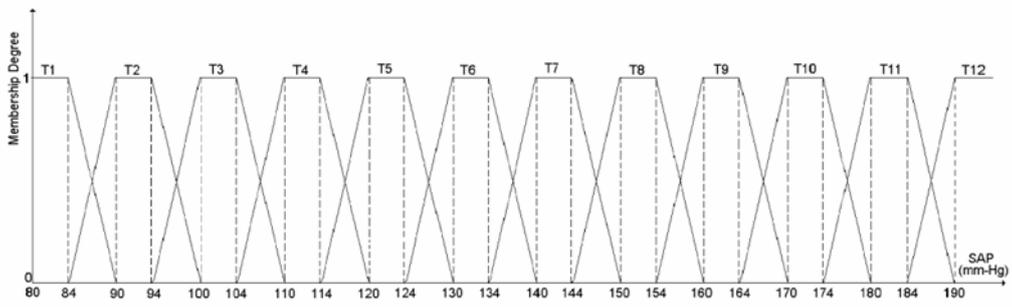


FIGURE 4.2: Ensembles flous de la variable SAP

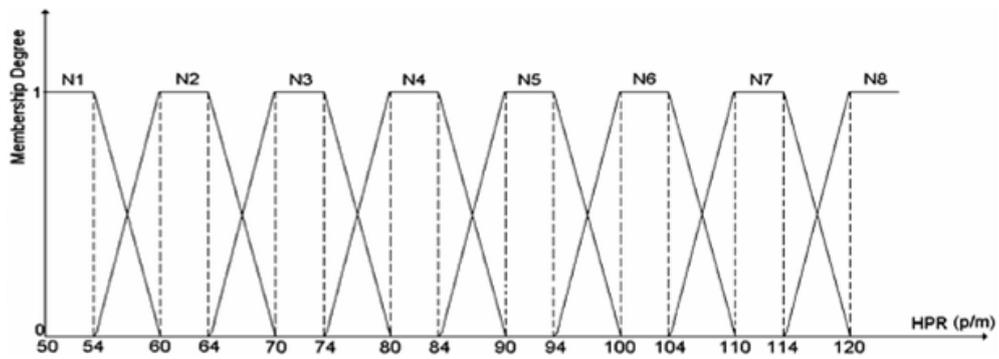


FIGURE 4.3: Ensembles flous de la variable HPR

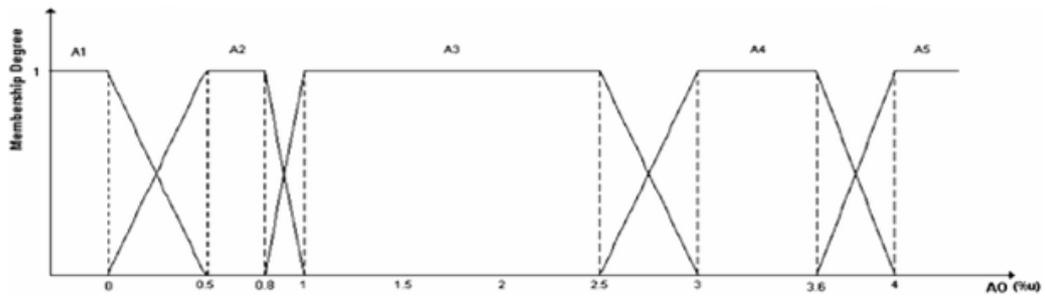


FIGURE 4.4: Ensembles flous de la variable AO

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
T1	A1	A1	A2	A2	A2	S	S	S
T2	A2	A2	A3	A3	A3	A4	A4	A4
T3	A2	A3	A3	A3	A3	A4	A4	A4
T4	A2	A3	A3	A3	A3	A4	A4	A4
T5	A2	A3	A3	A3	A3	A4	A4	A4
T6	A2	A3	A3	A3	A3	A4	A4	A4
T7	A2	A3	A3	A3	A3	A4	A4	A5
T8	S	A4	A4	A4	A4	A5	A5	A5
T9	S	A4	A4	A4	A4	A5	A5	A5
T10	S	A4	A4	A4	A4	A5	A5	A5
T11	S	A5						
T12	S	A5						

FIGURE 4.5: Matrice des décisions

Voici les choix des opérateurs flous ainsi qu'un exemple d'inférence. Ce choix classique utilisant les opérateurs de Zadeh ainsi que l'implication de Mamdani est appelé la méthode d'inférence de Mamdani.

Opérateur	Nom
ET	min
OU	max
Implication	min
Agrégation	max
Défuzzification	COG

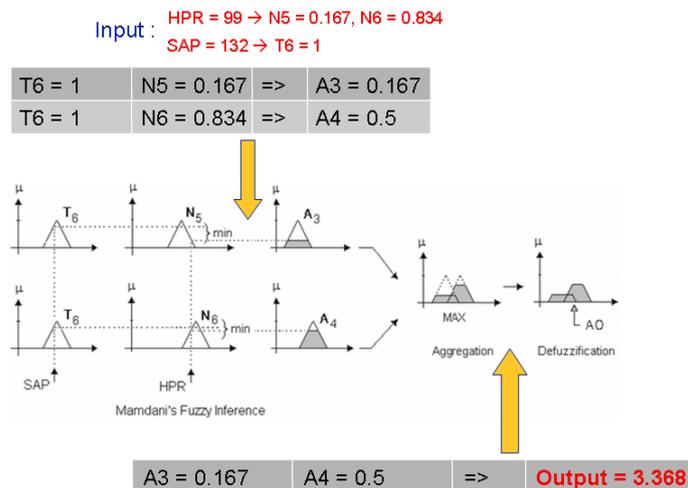


FIGURE 4.6: Exemple d'inférence

À présent que le système flou est établi, comparaisons le avec les décisions prises par les anesthésistes :

											Total		
Patient 1	SAP (mmHg)		164	161	192	156	172	161	152	157	154		
	HPR (p/m)		65	96	99	80	72	81	73	78	73		
	AO	Anesthetist		2	2.5	4	3	3.5	2.5	2.5	2.5	2.5	25
		Fuzzy Logic		3.25	3.29	3.88	2.18	3.27	3.27	1.83	2.38	1.83	25.2
	Distance %												+1
Patient 2	SAP (mmHg)		149	184	139	182	163	158	158				
	HPR (p/m)		88	94	98	74	78	90	87				
	AO	Anesthetist		2	4	2	5	4	2	2			21
		Fuzzy Logic		1.85	3.27	2.61	3.27	3.27	2.61	2.52			19.4
	Distance %												-7.6
Patient 3	SAP (mmHg)		110	130	130	110	130	120	120				
	HPR (p/m)		90	70	70	68	72	75	76				
	AO	Anesthetist		2.5	2	2	2	2	1.5	1			12
		Fuzzy Logic		1.83	1.83	1.83	1.85	1.83	1.84	1.85			11.1
	Distance %												-7.5
Patient 4	SAP (mmHg)		150	110	115	110	110						
	HPR (p/m)		96	74	107	95	90						
	AO	Anesthetist		3	2	2	2	2					11
		Fuzzy Logic		2.18	1.83	3.26	2.00	1.83					11.1
	Distance %												+1

FIGURE 4.7: Comparaison décisions d'un système flou et d'un humain

Ce tableau établit la comparaison entre les doses de produits anesthésiants données par l'anesthésiste et celles données par le système flou toutes les cinq minutes en fonction des variables HPR et SAP du patient. Quatre opérations de durées inégales sont comparées : l'opération du patient 1 a duré 45 minutes, celle des patients 2 et 3 35 minutes, et le patient 4 n'est resté sur la table d'opération que 25 minutes.

L'article, ainsi que le tableau précédent qui en est tiré, soulignent que la somme des doses de produits anesthésiants à la fin de l'opération est pratiquement similaire pour l'anesthésie est et pour le système flou : par exemple, pour la première opération, l'anesthésiste donne 25 d'AO, et le système flou 25,2, ce qui est pratiquement similaire. L'article en conclut que le système flou est performant pour imiter les décisions des anesthésistes.

Néanmoins, la comparaison de la somme uniquement n'est pas du tout satisfaisante. En effet, il pourrait très bien se produire que lors de la première décision la dose de produits anesthésiants à donner au patient soit létale, et que les doses suivantes soient quasiment nulles, ce qui donnerait une somme comparable à la somme d'une prescription faite par un anesthésiste.

Le coefficient de corrélation de Pearson permet d'avoir une meilleure idée quant à la correspondance entre résultats expérimentaux et les résultats théoriques. Sur l'ensemble des opérations, le coefficient de corrélation de Pearson est de 0,627, ce qui correspond à un agrément modéré, mais que l'on retrouve souvent dans les décisions médicales lorsque l'on analyse la différence de décision entre deux médecins [Caroff, 2010].

Un meilleur indicateur comparant les résultats expérimentaux avec les résultats du modèle est la racine carré de l'erreur quadratique moyenne (RMSE). En particulier, le RMSE nous permettra de comparer plusieurs modèles.

Définition 11.

$$\text{Soit } \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{1,2} \\ \vdots \\ x_{1,n} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} x_{2,1} \\ x_{2,2} \\ \vdots \\ x_{2,n} \end{bmatrix}.$$

La racine carré de l'erreur quadratique moyenne est calculée par la formule :

$$\text{RMSE}(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2) = \sqrt{\text{MSE}(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2)} = \sqrt{\text{E}((\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)^2)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{1,i} - x_{2,i})^2}{n}}.$$

Sur l'ensemble des opérations, nous trouvons un RMSE égal à 0,6877. Cela nous permettra de comparer ces résultats avec l'expérience suivante.

4.3 Expérience de notations de jeux vidéo

4.3.1 Présentation

À présent, intéressons-nous au cas où l'humain prend une décision basée sur des critères dont il évalue lui-même leur valeur. Nous avons conçu pour ce rapport une expérience permettant d'étudier ce type de raisonnement.

En bref, l'expérience consiste en une notation de jeux vidéo par 7 sujets passionnés de jeux vidéo (*gamers*). Chacun notera une trentaine de jeux vidéos et 3 jours après, nous leur demanderons de noter deux critères regroupant la totalité des aspects d'un jeu vidéo. Nous étudierons alors la relation entre la note des deux critères avec la note globale, pour voir notamment si un système d'inférence basée sur la logique floue peut présenter une relation similaire.

4.3.2 Protocole

Chaque sujet aura le profil suivant : homme, entre 20 et 30 ans, gamer. L'expérience se déroulera en deux séances qui dureront approximativement 15 minutes chacune, séparées par trois jours. Tous les détails du protocole sont en annexe B.

Lors de la première séance, il leur sera demandé de noter une trentaine de jeux vidéo de leur choix sur une échelle de 0 à 100, une note élevée signifiant que le joueur apprécie le jeu.

Lors de la seconde séance, il leur sera demandé de noter toujours entre 0 et 100 deux critères regroupant la totalité des aspects d'un jeu vidéo. Voici les deux critères :

- Critère 1 : aspects techniques, comprenant les graphismes, la fluidité, la qualité de l'interface, la qualité des contrôles, le mode online et le nombre d'addons/extensions.
- Critère 2 : aspects non techniques, comprenant la durée de vie, le scénario, le plaisir de jouer, l'intérêt des stratégies, l'activité de la communauté et la possibilité d'apprentissage.

4.3.3 Résultats

Voici le graphique d'un sujet et le graphique pour l'ensemble des sujets. Un point bleu correspond à la notation d'un jeu vidéo. Nos données sont en trois dimensions :

1. Dimension 1 : Note aspects techniques
2. Dimension 2 : Note aspects non techniques
3. Dimension 3 : Note globale

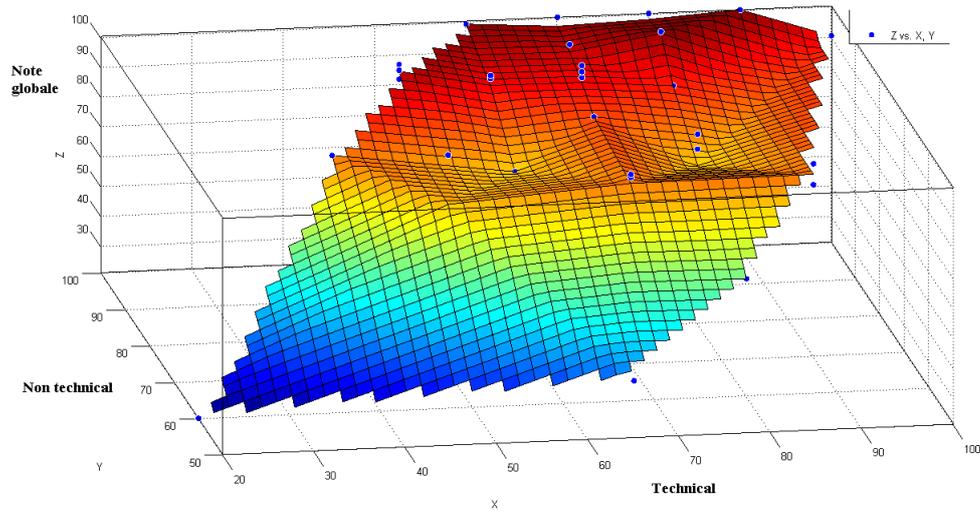


FIGURE 4.8: Surface générée à partir des notes du sujet 1 par rapport aux 2 critères

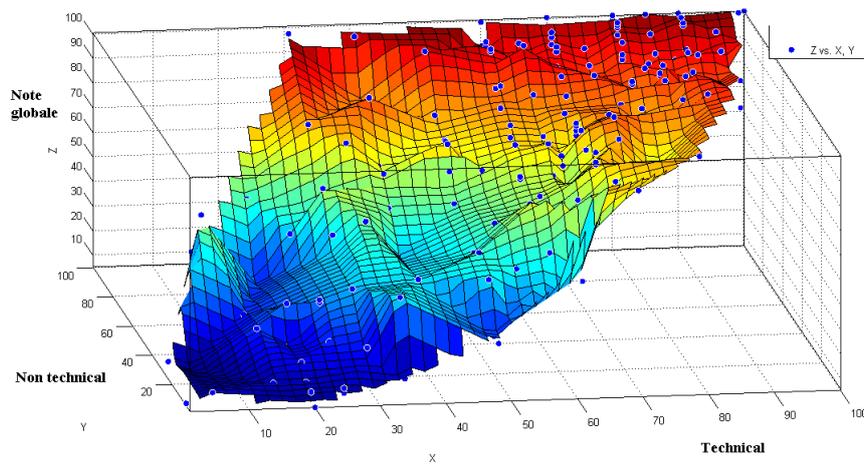


FIGURE 4.9: Surface générée à partir des notes de tous les sujets par rapport aux 2 critères

Nous allons comparer le RMSE obtenu avec un modèle de prédiction polynomial et celui obtenu avec un modèle se basant sur un système flou. Le modèle polynomial à un RMSE égale à 7,91 lorsque les degrés de X et Y est de 1, et descend à 6,097 lorsque X et Y ont un degré égal à 5.

Nous devons à présent établir un modèle se basant sur un système flou. Plus précisément,

nous devons définir des ensembles flous ainsi que les règles floues de la matrice de décision. Le problème qui se pose est que si nous figurions le modèle à la main, nous n'aurions aucune assurance de son optimalité et par conséquent la comparaison de RMSE ne serait pas forcément pertinente. Afin d'optimiser le plus possible notre système flou, nous allons affiner nos paramètres via réseaux de neurones. Les systèmes ainsi conçu sont qualifiés de neuro-fuzzy.

4.3.4 Systèmes neuro-fuzzy

Les systèmes neuro-fuzzy furent introduits dans la thèse de Jyh-Shing Roger Jang en 1992 sous le nom de "Adaptative-Networks-based Fuzzy Inference Systems" (ANFIS) [Jangi, 1992]. Ils utilisent le formalisme des réseaux de neurones en exprimant la structure d'un système flou sous la forme d'un perceptron multicouches.

Un perceptron multicouches (MLP) est un réseau de neurones sans cycle. Nous présentons à la couche d'entrée (input layer) un vecteur et le réseau nous retourne un vecteur résultat dans la couche de sortie (output layer). Entre ces deux couches, les éléments du vecteur d'entrée sont pondérés par le poids des connexions et mélangés dans les neurones cachés qui se trouvent dans les couches cachées (hidden layer).

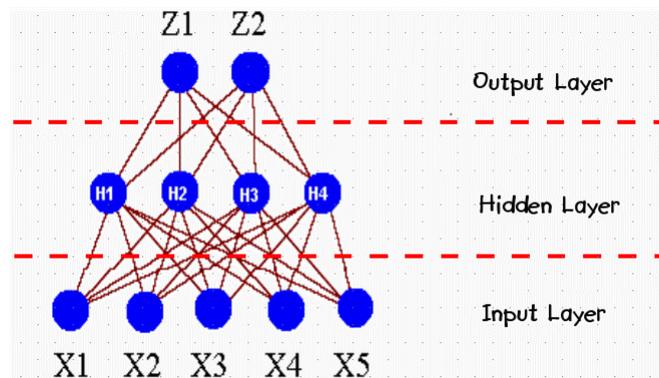


FIGURE 4.10: Exemple d'un réseau de neurones feedforward

Plusieurs fonctions d'activation pour la couche de sortie sont couramment utilisées, telles les fonctions linéaires, logistique ou encore softmax. De même, il existe plusieurs algorithmes de rétropropagation des erreurs permettant d'optimiser l'apprentissage des poids à partir des erreurs faites entre les valeurs calculées par le réseau et les valeurs réelles : méthode du gradient conjugué (Conjugate gradients optimization), Scaled Conjugate Gradient, Quasi-Newton optimization, etc.

Voici comment est organisé notre perceptron multicouches représentant le système neuro-fuzzy qui nous servira à modéliser le système de notations :

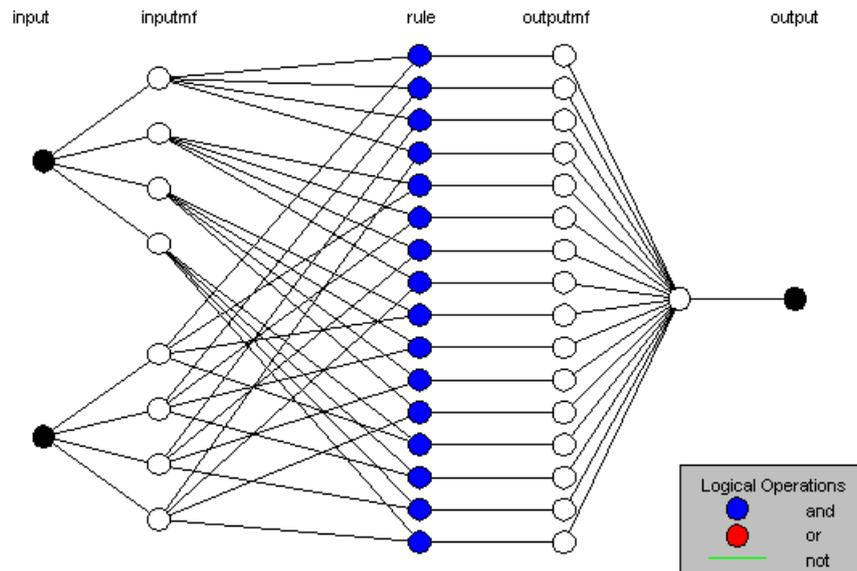


FIGURE 4.11: Structure d'un système neuro-fuzzy

Le domaine étant récent, nous avons dû prendre en compte plusieurs contraintes afin de pouvoir trouver un modèle pour notre expérience de notation de jeux vidéo. Nous avons dû fixé avant la phase d'apprentissage :

- le nombre d'ensembles flous des inputs : 4 par input ;
- la forme de leur fonction d'appartenance : gaussienne.

Voici la courbe d'apprentissage pour notre système flou :

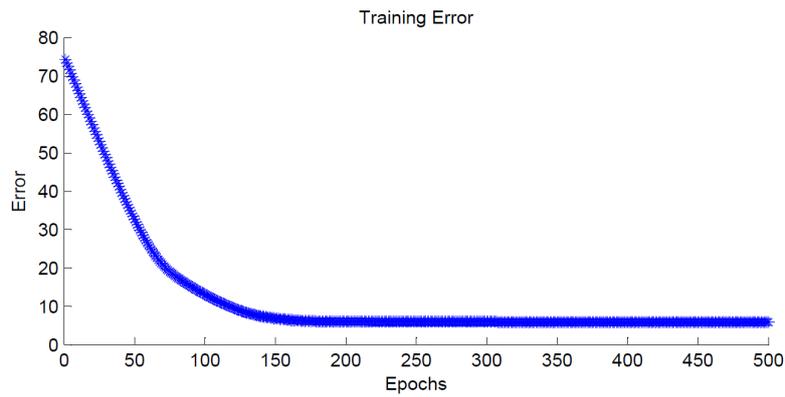


FIGURE 4.12: Courbe d'apprentissage du système neuro-fuzzy

Nous obtenons un RMSE de 5,9 au bout de quelques centaines de pas d'apprentissage, soit bien inférieur au RMSE d'un modèle polynomial de degré 1, et légèrement inférieur au RMSE d'un modèle polynomial de degré 5. Ce résultat est plutôt bon, voici la surface de décision obtenu :

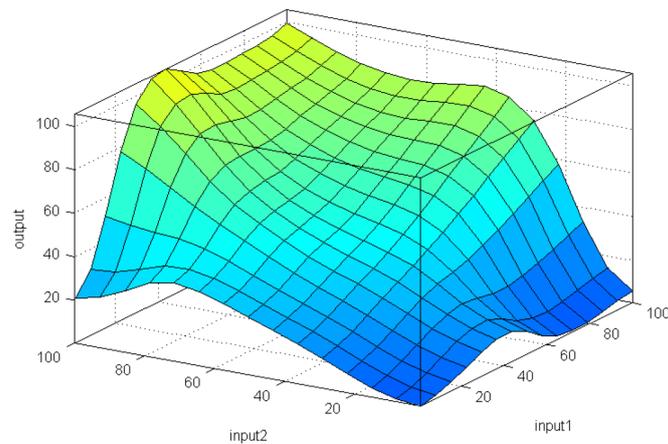


FIGURE 4.13: Surface de décision du système neuro-fuzzy

Nous remarquons que la surface de décision du système flou obtenu à une forme entre une surface linéaire et une surface de décision d'un système flou *classique*. Le coefficient de corrélation de Pearson entre nos deux inputs est de 0,786, ce qui signifie que les sujets ont eu tendance lors de la seconde étape de l'expérience à être influencés lorsqu'il notait l'aspect technique par la note non technique qu'il avait

donnée avant, ou vice-versa. Néanmoins, même dans ces conditions favorisant un modèle polynomial, le modèle flou a de meilleurs résultats.

Nous voyons que les données expérimentales sont proches du modèle théorique, à l'exception des deux zones extrêmes où la note donnée à l'aspect technique diffère beaucoup de la note donnée à l'aspect non technique, cas qui n'arrive jamais en pratique car si l'aspect technique du jeu est vraiment très mauvais, cela impacte négativement les aspects non techniques, et inversement si les aspects non techniques sont trop mauvais, le joueur arrête tout de suite de jouer avant qu'il ne puisse évaluer réellement le côté technique.

Regardons la matrice de décision de notre système flou optimisé par réseaux de neurones. Comme nous l'avons vu, nous avons fixé à quatre pour chacun des deux inputs. Soit :

- l'ensemble d'ensembles flous de l'input 1 : $\{in_1mf_i, i \in \llbracket 1, 4 \rrbracket\}$;
- l'ensemble d'ensembles flous de l'input 2 : $\{in_2mf_i, i \in \llbracket 1, 4 \rrbracket\}$;
- l'ensemble d'ensembles flous de l'output : $\{out_1mf_i, i \in \llbracket 1, 4 \times 4 \rrbracket\}$.

L'ensemble des règles floues de notre système est :

$\{Si\ in_1mf_i\ et\ in_2mf_j\ alors\ out_1mf_{4 \times (i-1)+j}, (i, j) \in \llbracket 1, 4 \rrbracket^2\}$ ce qui semble cognitivement plausible.

4.3.5 Comparaison avec l'expérience précédente

Pour l'expérience avec les anesthésistes, nous avons créé un modèle neuro-fuzzy pour voir si nous pouvions améliorer le système établi à la main dans l'article. Voici les décisions prises par notre système flou par rapport aux décisions de l'anesthésiste au cours des 4 opérations dont nous avons les données :

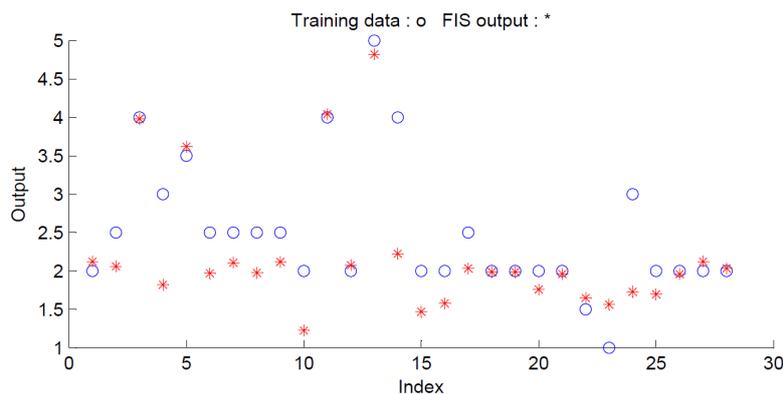


FIGURE 4.14: Anesthésiste vs système neuro-fuzzy

Voici le tableau récapitulatif des RMSE :

Expérience	Modèle	RMSE*	RMSE normalisé**
Anesthésiste	Système flou à la main	0,6877	13,754
Anesthésiste	Système neuro-fuzzy	0,569	11,38
Notation Jeux	Système polynomial degré 1	7,91	7,91
Notation Jeux	Système polynomial degré 5	6,097	6,097
Notation Jeux	Système neuro-fuzzy	5,9	5,9

* RMSE entre modèle et données expérimentales

** RMSE normalisé car le RMSE est influencé par l'échelle. Or, l'output de l'expérience avec les anesthésistes a des valeurs entre 0 et 5, alors l'output de l'expérience avec les notations a des valeurs entre 0 et 100. Par conséquent, nous normalisons le RMSE en multipliant par $\frac{100}{5} = 20$.

Nous voyons que pour l'expérience avec les anesthésistes, notre système flou a un RMSE légèrement meilleur que celui proposé dans l'article. Il faudrait cependant avoir davantage de données car l'article ne donne les données de seulement 4 opérations, ce qui nous donne que 28 individus dans la série statistique, soit un nombre très insuffisant pour optimiser utilement un système flou par réseaux de neurones. Voici deux surfaces de décision. La première est celle qui nous a permis d'obtenir un RMSE égale à 0,569 : nous voyons que la forme est plutôt correcte excepté pour les valeurs élevées de l'input2, ce qui reflète le manque de données à cet endroit. La seconde est un exemple de sur-apprentissage accru par un nombre d'ensembles flous excessifs, qui a un RMSE de 0,212.

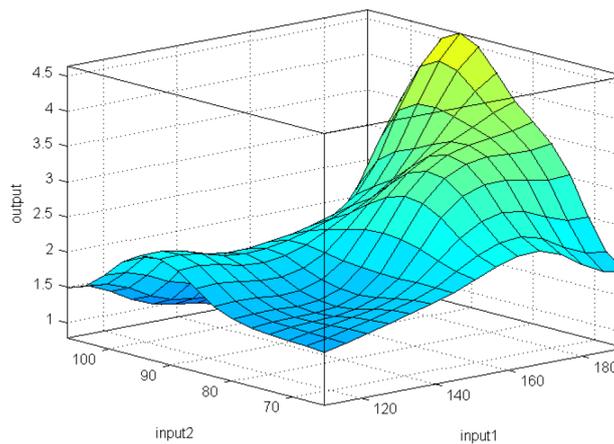


FIGURE 4.15: Surface de décision du système neuro-fuzzy

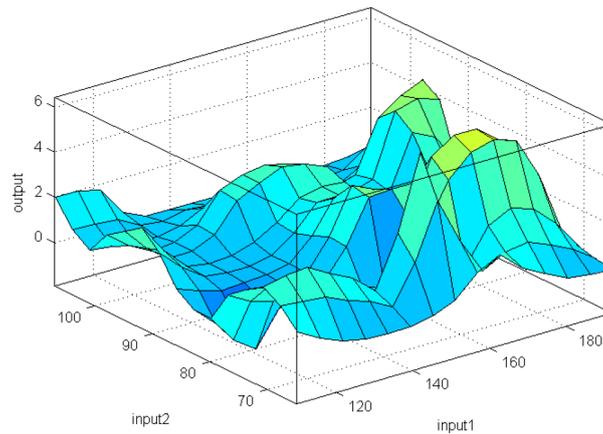


FIGURE 4.16: Surface de décision d'un système neuro-fuzzy ayant sur-appris

Pour comparer le RMSE entre les deux expériences, nous l'avons normalisé et nous voyons notre système flou pour l'expérience de notation de jeux a un RMSE (5,9) bien inférieure au système flou défini à la main pour les anesthésistes (13,754). Cela n'est guère étonnant du fait que le nombre de données dont l'expérience de notation est à peu près 10 fois plus important (267 contre 28), ce qui a permis aux réseaux de neurones de bien optimiser le système flou tout en rendant presque impossible le sur-apprentissage, car le nombre d'ensembles flous des inputs est limité.

Il est toutefois difficile de comparer le RMSE entre les deux expériences car dans la première les deux variables ne sont pas presque pas corrélées alors que dans la seconde elles le sont beaucoup.

4.4 Conclusions

En conclusion, les systèmes flous semblent être capables de générer des résultats assez semblables aux décisions issues du raisonnement humain. Clairement, ils sont meilleurs que les systèmes linéaires. En outre, les systèmes flous utilisés au cours de ces deux expériences, et en particulier pour la seconde, sont très simples : 2 inputs et 3 ou 4 ensembles flous pour chacun.

La logique floue permet donc dans ces exemple d'imiter en partie les raisonnements de l'humain, sous réserve d'avoir au préalable défini les différents paramètres du système d'inférences floues (fonction d'appartenance, choix de la règle d'implication, etc).

Chapitre 5

Les systèmes décisionnels

Le plus mesurable nous cache parfois le plus important. René Dubos.

5.1 Introduction

À présent que nous avons montré les apports de la logique floue ainsi que constaté que la prise de décision issue du raisonnement humain peut être imitée dans une certaine mesure par un système expert se basant sur un système d'inférence floue, nous allons voir dans ce chapitre comment les bases de données et l'ingénierie décisionnelle peuvent tirer parti de cela.

5.2 Les bases de données floues

5.2.1 Définitions

Une **base de données** est un ensemble d'informations stockées dans un dispositif informatique. Un **système de gestion de bases de données** (SGBD) est un logiciel permettant de lire ou de modifier une base de données. Un **modèle de données**, également appelé schéma conceptuel, définit l'organisation sémantique des différentes entités stockées dans une base de données.

Voici les principaux modèles de données, classés en ordre chronologique [Gardarin, 2005] :

- **Modèle hiérarchique** : introduit par IMS d'IBM en 1964, les données y sont représentées par une structure arborescente où la seule relation possible est l'association père/fils, l'accès à une donnée se faisant toujours par son père. Ce modèle

présente des limites importantes, notamment pour décrire des structures complexes.

- **Modèle réseau** : également apparu en 1964, sous l'impulsion d'IDS2, ce modèle est plus flexible que le précédent, car les liens entre enregistrements peuvent exister sans restriction. Cependant, ce modèle impose de naviguer le long de la base via une succession de pointeurs pour accéder à un objet, ce qui rend les programmes dépendants de la structure de données comme pour le modèle hiérarchique.
- **Modèle relationnel** : fondé par E. F. Codd en 1970 [Codd, 1970], ce modèle se base sur la notion de relation, qui correspond à un ensemble d'attributs définissant un fait, par exemple un étudiant à tel nom, et est inscrit à tel cours depuis telle date. Mathématiquement, ce modèle repose sur l'algèbre relationnelle.
- **Modèle objet** : ce modèle est la déclinaison du paradigme objet pour les bases de données et apparue vers 1985 [Atw, 1985]. Les enregistrements prennent la forme d'objet, ce qui permet entre autre une meilleure communication avec les langages orientés objets et de profiter de la puissance du concept d'objet pour exprimer des entités complexes, composites et polymorphes.

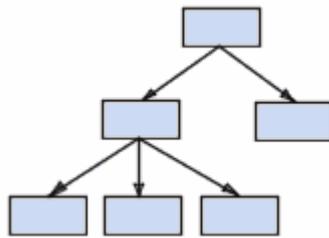


FIGURE 5.1: Modèle hiérarchique

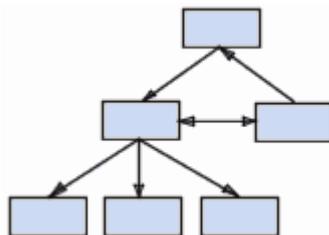


FIGURE 5.2: Modèle réseau

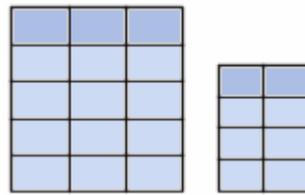


FIGURE 5.3: Modèle relationnel

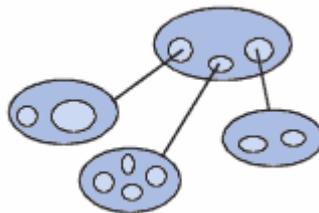


FIGURE 5.4: Modèle objet

Dans ce chapitre, nous nous pencherons que sur les bases de données relationnelles (RDB), car le modèle de données le plus utilisé actuellement est le modèle relationnel. Cependant, certains de nos propos pourront être aisément étendus aux bases de données objet.

5.2.2 Le modèle relationnel

Le modèle relationnel se base sur l'algèbre relationnel définie par E. F. Codd ainsi que sur le calcul relationnel. L'algèbre relationnel est très proche de théorie des ensembles classique et définit des opérations qui peuvent être effectuées sur des matrices contenant un ensemble de tuples. Le calcul relationnel est une adaptation du calcul des prédicats à l'interrogation de RDB.

L'algèbre relationnelle et le calcul relationnel ont la même puissance d'expression : par conséquent, toutes les requêtes qui peuvent être formulées en utilisant l'un peuvent aussi l'être grâce à l'autre. Ce fut prouvé en premier par E.F. Codd en 1972 grâce un algorithme appelé *algorithme de réduction de Codd* par lequel toute expression du calcul relationnel peut être formulée de façon équivalente en algèbre relationnelle.

Le modèle relationnel trouve ainsi ses fondements dans la logique des prédicats du premier ordre ainsi que dans la théorie des ensembles. Par conséquent, il présente

les mêmes inconvénients que ces derniers, notamment la difficulté à y représenter des informations imparfaites. L'idée sous-jacente des bases de données floues est d'introduire au coeur des BDR des mécanismes de la logique floue pour rendre plus naturelle la manipulation de données imparfaites.

5.2.3 SQL

SQL (*Structured Query Language*) est comme son nom l'indique un langage de requête : il sert à effectuer des opérations sur des bases de données. Il est reconnu par la quasi-totalité des SGBD relationnels.

SQL est un langage déclaratif, autrement dit il permet de décrire le résultat voulu, sans décrire la manière de l'obtenir, par opposition aux langages impératifs tel le C ou Java, où nous devons décrire la solution technique pour obtenir le résultat escompté. De plus, sa syntaxe se veut proche du langage naturel. Il en résulte que SQL cache plutôt bien le fait qu'à l'instar des bases de données relationnelles, il repose sur l'algèbre relationnelle et le calcul relationnel.

Voici la forme d'une requête standard exprimée en SQL :

```
SELECT Liste des noms d'attributs du résultat
FROM Nom d'une ou plusieurs relations
WHERE Conditions logiques définissant le résultat
```

Afin d'introduire des mécanismes flous au coeur des bases de données, nous devons étendre SQL et y incorporer des notions issues de la logique floue. Mais avant cela, voyons quelles sont les limites des bases de données relationnelles en donnant des exemples concrets.

5.2.4 Limites du modèle relationnel

Considérons la requête suivante : "Donner tous les noms des hommes **très riches** et **habitant près de** la station de métro Place d'Italie". Imaginons que la table de données se compose de 6 entrées :

Nom	Salaire annuel (k€)	Distance par rapport à Place d'Italie (km)
Donald	15	0,5
Marpe	25	1,9
Cobin	35	0,5
Bill	80	0,1
Trov	95	0,8
Pixou	200	1,1

Si nous voulions implémenter cette requête en SQL, nous aurions dû définir des seuils à la main. Par exemple :

```
SELECT Name FROM Inhabitants
WHERE Salary > 75 AND Distance < 1;
```

Cette requête retournerait Bill et Trov. Nous pourrions affiner la requête :

```
SELECT Name FROM Inhabitants
WHERE (Salary > 60 AND Distance < 0,3)
      OR (Salary > 80 AND Distance < 0,7)
      OR (Salary > 90 AND Distance < 1);
```

Cette requête retournerait Trov. Nous voyons bien qu'un tel mécanisme subit toujours les effets néfastes des seuils : dans notre exemple, Pixou n'est jamais retourné alors qu'il pourrait certainement intéresser la personne à l'origine de la requête. Cela est facile à voir car nous voyons les données en même temps que nous lisons les requêtes. Néanmoins, dans un cas réel, de tels effets de seuil sont extrêmement dangereux car peuvent facilement nous faire omettre des résultats très intéressants. Les figures 5.5 et 5.6 que nous avons vues au chapitre 2 illustrent cet effet de seuil et comment la logique floue permet d'y remédier.

En outre, la notion "très riche" est en partie subjective : si Pixou semble très riche pour l'individu moyen, il n'est pas sûr que Bill Gates en pense de même. Au-delà de cette perception personnelle d'une variable linguistique, nous pouvons très bien imaginer que selon les motivations de la requête, les appartenances à une catégorie diffèrent. Par exemple, si cette requête était présente au cœur d'un système décisionnel d'une banque, il est certain que cette dernière veuille elle-même définir les fonctions d'appartenance à telle ou telle catégorie. Il serait donc utile de pouvoir mettre à jour facile ces fonctions d'appartenance : en langage SQL classique, cela impliquerait de redéfinir les seuils partout, avec le risque d'incohérences que cela apporterait. Avec un mécanisme flou, il suffirait de modifier les fonctions d'appartenance, ce qui peut être fait de façon graphique si l'utilisateur le demande.

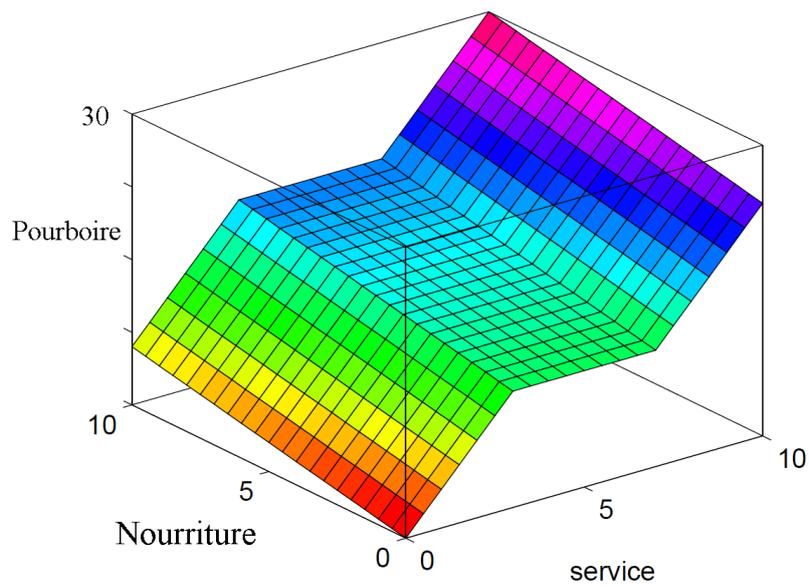


FIGURE 5.5: Effet de seuils des requêtes SQL classique

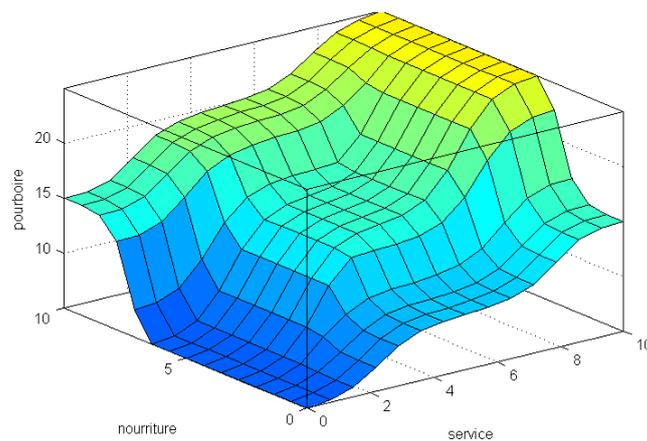


FIGURE 5.6: Ensemble des décisions d'un système flou

De plus, il serait long de mettre à jour ce genre de requête et au fur et à mesure que le nombre de conditions dans la clause *WHERE* grandit, la taille des requêtes explose si nous voulons essayer de diminuer un peu les effets de seuil pour ces nouvelles conditions. Imaginons qu'à la requête précédente nous voulions ajouter une condition, par exemple que la taille de l'individu soit très grande. Notre requête ressemblerait à cela :

```
SELECT Name FROM Inhabitants
WHERE (Salary > 60 AND Distance < 0,3 AND Height > 2,1 )
      OR (Salary > 65 AND Distance < 0,3 AND Height > 2,0 )
      OR (Salary > 70 AND Distance < 0,3 AND Height > 1,9 )
      OR (Salary > 70 AND Distance < 0,3 AND Height > 1,9 )
      OR (Salary > 80 AND Distance < 0,7 AND Height > 1,9 )
      OR (Salary > 90 AND Distance < 1,0 AND Height > 2,1 )
      OR (Salary > 100 AND Distance < 1,0 AND Height > 2,0 )
      OR (Salary > 110 AND Distance < 1,0 AND Height > 1,9 );
```

Enfin, un autre problème se pose : nous avons cherché ici les individus ayant la caractéristique “très riche”. Il se peut que demain, nous voulions chercher les individus ayant la caractéristique “riche”. Comme nous avons formé la requête, nous avons totalement supprimé la compositionnalité du langage naturel. Autrement dit, notre requête SQL précédente considère “très riche” comme étant un seul adjectif, et non un adjectif (*riche*) nuancé par un modificateur (*très*). Cette simplification du langage naturel a pour conséquence de ne pas pouvoir définir la notion de “très riche” à partir de “riche” et “très”, ce qui entraîne des incohérences potentielles et une complexité accrue de la définition des seuils.

Comme nous le voyons, pour résumer nos propos précédent, ce genre de requête est :

- facile d’introduire des incohérences dans ce genre de requête ;
- difficile de les mettre à jour ;
- sujet à des effets de seuil sévères ;
- opaque par rapport à la compositionnalité du langage naturel ;
- pénible à lire.

Ainsi, le modèle relationnel classique présente de nombreuses limitations quant au type de requêtes que nous pouvons effectuer dessus. Mais il existe également des limitations importantes concernant la nature des données que nous pouvons y stocker. La question est la suivante : comment pouvons-nous enregistrer une donnée imparfaite du type “le client X est de taille assez grande” ? Ne pas enregistrer cette information constitue potentiellement une perte : nous devons donc trouver une méthode pour que notre base de données contienne cette information.

De prime abord, l’idée serait d’enregistrer le fait que X mesure 1,90 mètre, en se considérant qu’en moyenne une personne assez grande mesure 1,90 mètre. Cette solution montre rapidement ses faiblesses lorsque la nature et l’importance des imperfections sur la donnée taille change selon les individus. Par exemple, si nous savons que Y mesure réellement 1,90 mètre, alors la taille enregistrée pour Y devrait être différenciable de la taille enregistrée pour X.

Une autre solution plus fine serait d'enregistrer à la fois la mesure ainsi que le degré d'imperfection de celle-ci. Pour reprendre l'exemple précédent, nous pourrions enregistrer la mesure de X comme le couple (1,90 ; 0,5) et la mesure de Y comme le couple (1,90 ; 0). Avec de tels couples, nous pourrions faire la différence entre la taille de X et Y et quantifier l'intervalle pour la taille de X. Néanmoins, il faudrait stocker quelque part ce que signifie une imperfection de 0,5, et en outre nous ne pourrions pas introduire des types d'imperfections différents pour le même attribut.

De plus, comme pour les requêtes, nous retrouvons l'impossibilité de retranscrire la compositionnalité du langage naturel dans les enregistrements de la base de données. Ainsi, si nous voulons enregistrer le fait que la taille de Z est très grande, nous ne pourrions établir aucun lien avec la notion "assez grande".

Par conséquent, il semble naturel et utile d'introduire des mécanismes flous pour combler les lacunes du modèle relationnel classique basé sur la logique booléenne.

5.2.5 Intégration de la logique floue au sein d'une base de données

Beaucoup d'études se sont penchées sur la problématique de l'intégration de la logique floue au sein d'une base de données, tels [Buckles and Petry, 1982], [Zvieli and Chen, 1986] ou encore [Galindo et al., 1999], néanmoins les implémentations sont rares et souvent expérimentales [S. Skrbic, 2008]. L'idée est de rendre possible le stockage des informations quelles que soient leurs imperfections. La base de données doit donc fournir le moyen d'enregistrer la signification des informations floues qu'elle contient.

Pour chaque attribut, nous devons définir l'univers du discours, c'est-à-dire l'ensemble des sous-ensembles flous qu'une variable peut prendre. Par exemple, l'attribut "température" admettra un ensemble de sous-ensembles flous du genre "chaud", "froid", "tiède". Ce genre d'attributs correspond aux variables linguistiques vues dans les chapitres précédents. Nous pouvons également prendre d'autres types d'attributs, comme par exemple des nombres flous. Théoriquement, pour chaque ensemble flou, nous devrions avoir un algorithme permettant de calculer les valeurs de sa fonction d'appartenance. En pratique, les valeurs couramment utilisées suivent des formes standard (triangulaire, trapézoïdale, gaussienne,...), comme le montrent les figures 5.7, 5.8 et 5.9 qui présentent des fonctions d'appartenance pour le nombre flou 55.

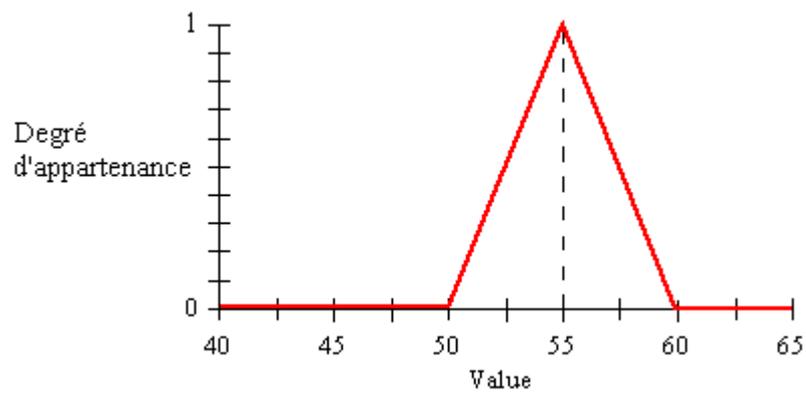


FIGURE 5.7: Nombre flou - forme triangulaire

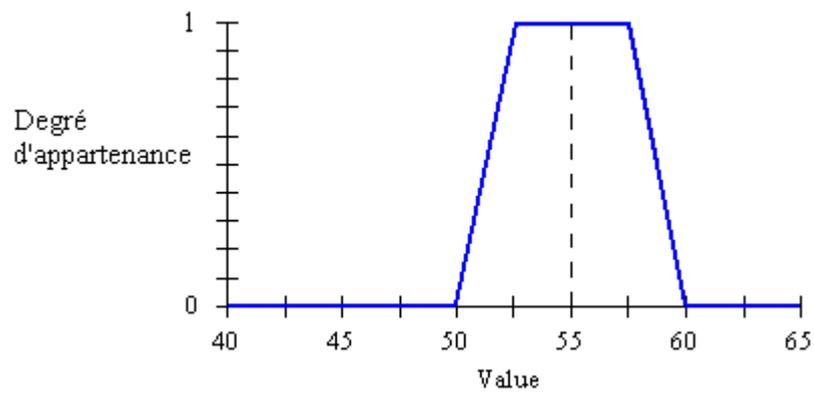


FIGURE 5.8: Nombre flou - forme trapézoïdale

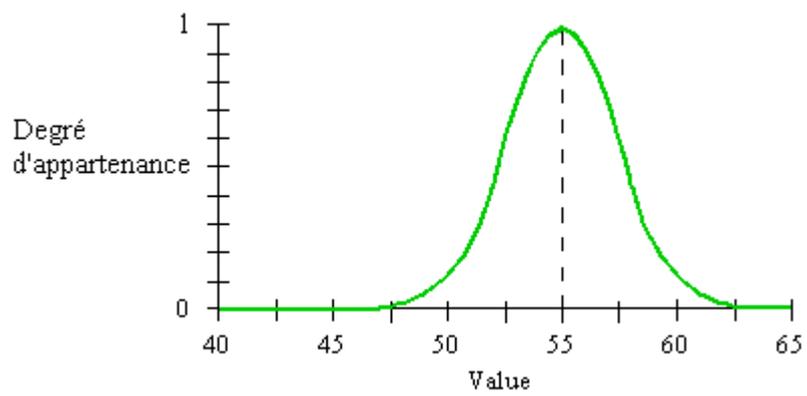


FIGURE 5.9: Nombre flou - forme gaussienne

Afin de manipuler de telles données, une algèbre relationnelle étendue a été introduite par [Medina et al., 1994] et [P. Bosc, 1998]. Nous n'entrerons pas dans les détails dans un souci de concision. L'expression technique de cette extension théorique se retrouve dans les généralisations du SQL au SQL flou, tel SQLf (f pour fuzzy) introduit par [P. Bosc, 1995]. Nous allons présenter brièvement les caractéristiques de SQLf.

La structure d'une requête en SQLf subit toujours les trois clauses usuelles de SQL *SELECT*, *FROM* et *WHERE* (nous ne parlerons ici que des requêtes de lecture). La clause *FROM* reste identique avec le SQL classique. La clause *WHERE* est la plus intéressante car permet à présent de contenir aussi bien des conditions booléennes que des conditions floues. Enfin, la clause *SELECT* est proche du SQL classique et offre simplement un nouveau paramètre optionnel permettant de définir un seuil au deçà duquel les résultats sont éliminés : en effet, la clause *WHERE* peut contenir des conditions floues, qui sont traitées via une algèbre relationnelle étendue qui incorpore des mécanismes flous, et les résultats retournés ont un degré d'appartenance par rapport à l'ensemble des conditions et opérateurs du *WHERE*.

Voici ce à quoi ressemble une requête en SQLf typique, pour reprendre notre exemple de la section précédente :

```
SELECT THRESHOLD 0.6 Name FROM Inhabitants
WHERE Salaire = très élevé
      AND DistancePlaceItalie = faible
```

Afin de pouvoir exécuter cette requête, il aura fallu au préalable définir les variables salaires et distance, cette fois-ci en utilisant des ensembles flous si l'information est imparfaite. Après cela, il faudra indiquer dans la base de données ce que nous pouvons donc par *riche* et *très*. Puis, il faudra choisir l'opérateur flou correspondant à *AND*. Une base de métaconnaissances floues sera donc nécessaire pour contenir toutes ces informations sur les attributs.

La figure 5.10 montre l'organisation d'une base de données floue. Nous voyons que celle-ci comporte deux modules supplémentaires qui s'insèrent dans le cadre d'une base de données classique :

- Une couche contenant un parser flou pour analyser les requêtes est ajoutée et retourner les résultats ;
- Un module contenant les diverses caractéristiques afférentes au flou (attributs, domaine, variables linguistiques,...) est créée en parallèle de la base de données classique afin de contenir les significations des données floues présente dans la base de données classique.

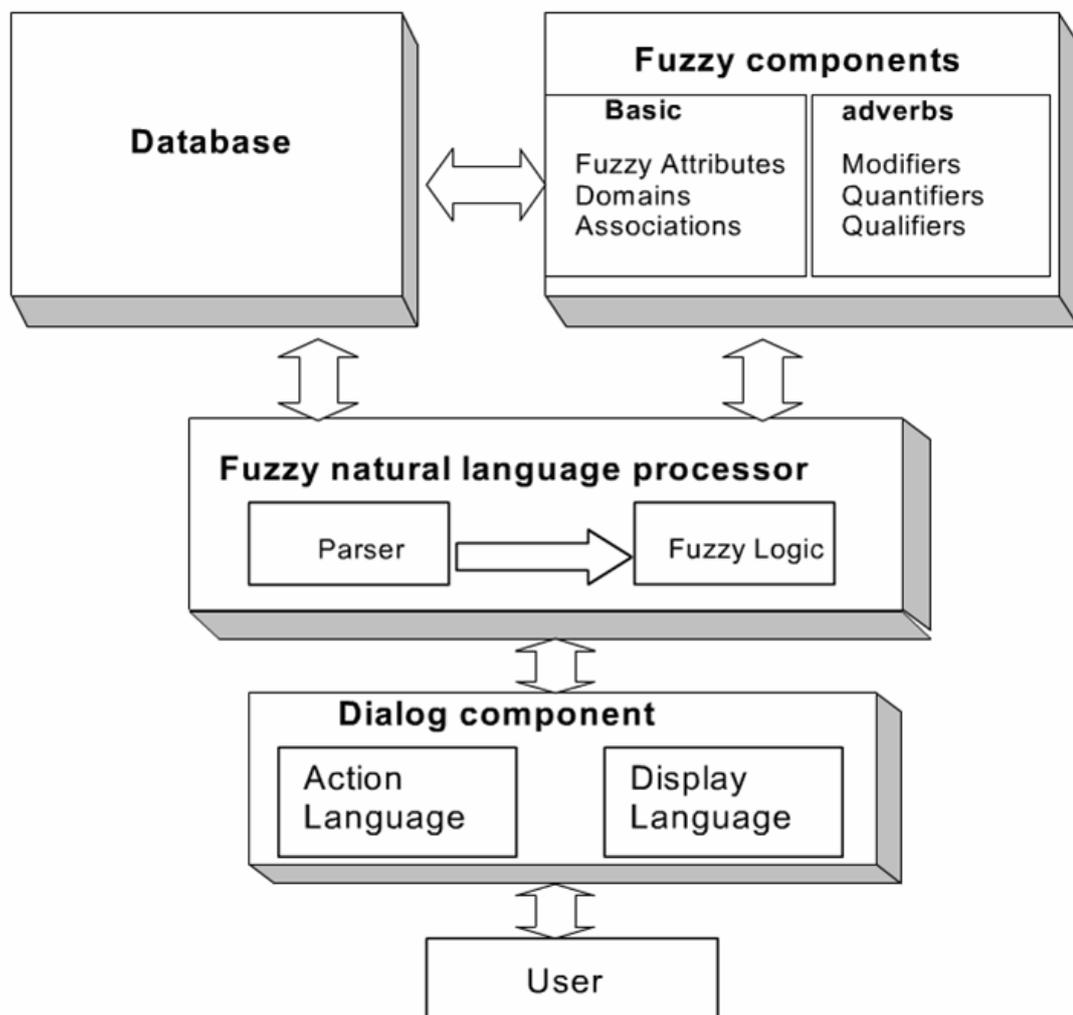


FIGURE 5.10: Organisation d'une base de données floue

Malheureusement, il n'existe que très peu d'implémentation de bases de données floues, et à notre connaissance, toutes celles qui existent ne sont qu'expérimentales. Nous avons essayé brièvement le logiciel FQ (<http://www.lcc.uma.es/ppgg/FSQL>) qui implémente FSQL, néanmoins en plus de n'être disponible qu'en espagnol, il fonctionne uniquement avec Oracle 8. Nous avons donc seulement testé le client et non le serveur. La figure montre son interface graphique, simple et intuitive. Une étude complète pour un autre client de FSQL, *Visual FSQL*, peut être lue ici : [Oliva, 2003].

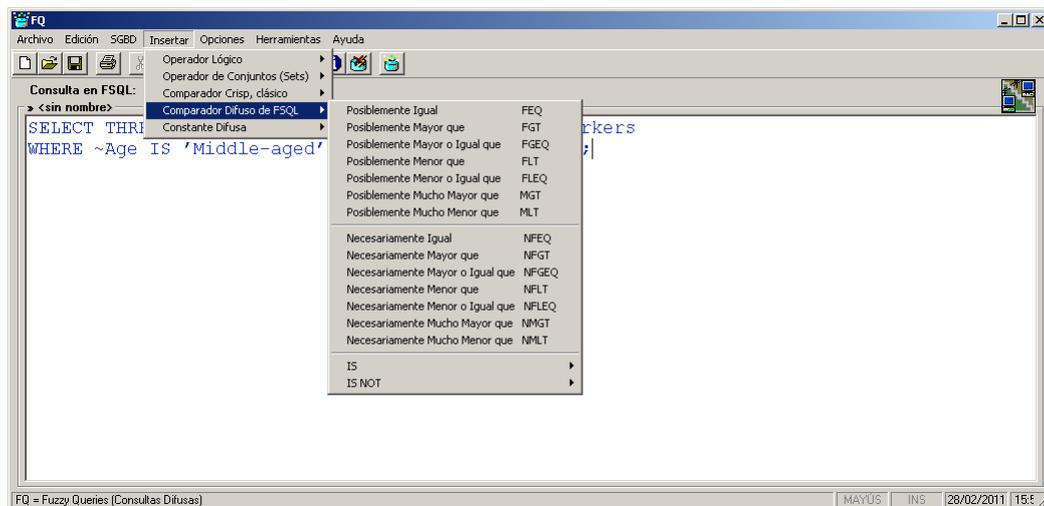


FIGURE 5.11: Capture d'écran du client FQ

Ce fossé entre la littérature prolifique sur les bases de données floues et le faible nombre d'implémentations sérieuses reflète l'absence de consensus scientifique ou industriel. Dans cette section, nous avons présenté une vue d'ensemble des sous-basements des bases de données floues, cependant il existe un très grand nombre de théories et implémentations différentes. Plusieurs méthodes d'implémentation ont vu le jour, sur divers SGBD (MySQL, Oracle, Access, etc) et beaucoup d'extensions du SQL ont été proposées, comme par exemple :

- SQLf [P. Bosc, 1995]
- FQUERY [Zadrozny and Kacprzyk, 1996]
- Summary SQL [Rasmussen and Yager, 1996]
- FSQ [Andreasen et al., 1997]
- SQLf_j [Dembczynski et al., 2004]
- ...

5.3 Apports potentiels pour l'informatique décisionnelle

À présent que nous avons vu l'intérêt et des moyens d'incorporer la logique floue aux bases de données, nous allons réfléchir sur les diverses applications de la logique floue plus globalement au sein d'un système décisionnel. Un système décisionnel a pour finalité la prise de décision : nous avons vu que la logique floue est un très bon outil pour imiter la prise de décision issue du raisonnement humain. Nous exposerons dans cette section plusieurs pistes de mise en oeuvre de la logique floue.

Tout d'abord, rappelons très brièvement les divers éléments de la chaîne décisionnelle, présentés graphiquement par la figure 5.12. Le coeur d'un système décisionnel est l'entrepôt de données, qu'il soit virtuel ou réel. L'entrepôt de données est une collection de données issues des bases de données opérationnelles de l'entreprise, lesquelles sont donc considérés comme étant les sources des données. Les données sont ainsi extraites des sources opérationnelles vers l'entrepôt de données : pour cela, il faut que les données soient nettoyées et intégrées afin d'éliminer les nombreuses incohérences intra et inter-sources. À noter que l'entrepôt de données n'a pas vocation à regrouper l'ensemble des données issues des sources : l'objectif est de n'extraire des sources que les données intéressantes, quitte à en agréger certaines, et les conserver de façon pérenne : les données présentes dans un entrepôt de données ne sont sauf exception jamais modifiées ni effacées. Une fois que les données intéressantes sont intégrées puis stockées dans l'entrepôt de données, elles vont être utilisées par des outils mis à la disposition des décideurs, leur offrant une vision unique et transversale de l'entreprise : tableaux de bord personnalisés, études statistiques, data mining, etc.

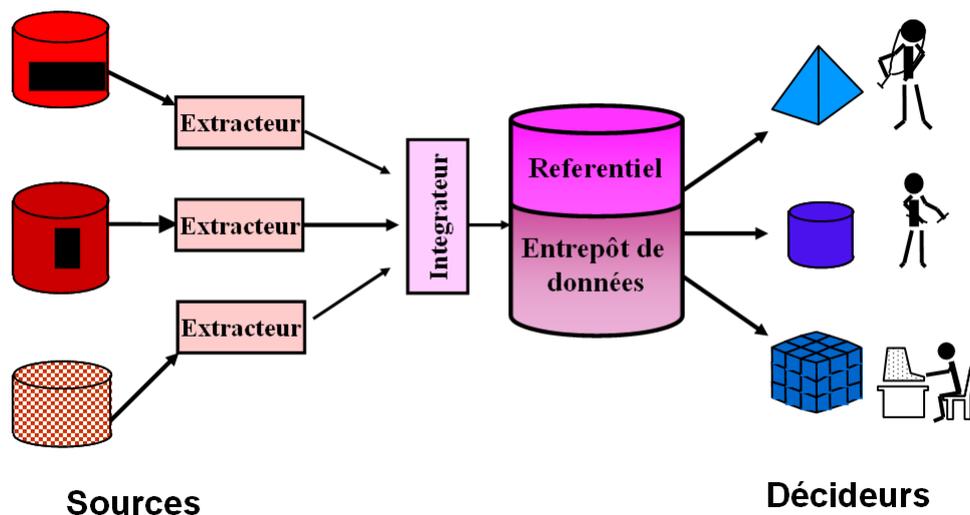


FIGURE 5.12: La chaîne décisionnelle

Source : Encyclopedia Universalis, 2008

Du côté des sources, la logique floue permettrait de refléter les imperfections des données, que ce soit au niveau global d'une source, ou bien pour des individus ou des attributs en particulier dans une source. Actuellement, il est difficile de retranscrire dans l'entrepôt de données les différences de perfection des données sources. Par exemple, imaginons que la source 1 soit très fiable alors que la source 2 ne l'est que modérément. Nous pourrions très bien imaginer d'exprimer les nombres de la

source 2 en nombres flous, en choisissant des fonctions d'appartenance reflétant le degré d'imperfection. Une fois transférés dans l'entrepôt de données, ces nombres ne seront pas confondus avec les autres nombres considérés comme fiables et grâce aux mécanismes flous seront traités de manière à prendre en compte cette différence de qualité de l'information.

La logique floue permet une utilisation efficace du langage naturel, par exemple pour effectuer des graduations ou des implications, ou bien pour prendre en compte la compositionnalité du langage. Cela représenterait beaucoup d'avantages pour le système décisionnel :

- Lorsque des données nouvelles arrivent, nous aimerions enregistrer certains attributs en langage naturel, au lieu de définir des intervalles arbitraires.
- Au niveau de l'entrepôt de données et des outils d'analyse utilisés par les décideurs, il est très souhaitable de pouvoir agréger de façon aisée les données : l'utilisation de variables linguistiques rend cette fonctionnalité facile à mettre en place. Par exemple, si nous voulons analyser le profil du client moyen dans l'ensemble de nos magasins faisant un très bon chiffre d'affaires et où les clients sont satisfaits par globalement par le magasin, il serait intéressant de pouvoir exprimer directement "très bon" et "satisfaits" sans avoir à définir des seuils.
- Le langage naturel est par essence compréhensible par les intervenants non techniques du système décisionnel, tels les décideurs et les experts. Prenons un cas concret : si nous voulons insérer les connaissances d'un expert à un endroit du système décisionnel, tel au niveau de l'intégration des données pour éliminer certaines incohérences qui apparaissent lorsque les données des sources sont regroupées, pouvoir les exprimer en langage naturel permet à l'expert de définir retranscrire de façon autonome ses connaissances, ce qui présente des avantages divers (organisationnels, psychologiques, financiers, etc).
- Utiliser le langage naturel facilite les liens avec des ontologies ou des bases de données sémantiques.

Le data mining peut également faire utilisation très efficace de la logique floue. Tout d'abord, cette dernière peut être utilisée pour faire du clustering. L'idée est que l'appartenance des individus aux clusters obtenus ne soit pas binaire comme c'est le cas actuellement (appartient vs n'appartient pas), mais floue. La figure 5.13 montre un jeu de données réparties linéairement. La figure 5.14 montre la fonction d'appartenance binaire obtenue par un algorithme de clustering classique, la figure 5.15 montre la courbe d'une fonction d'appartenance floue aux clusters.



FIGURE 5.13: Jeu de données linéaires à classer

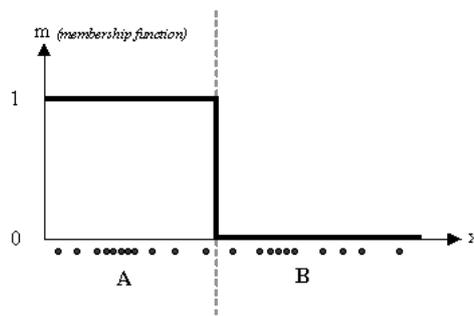


FIGURE 5.14: Clustering binaire

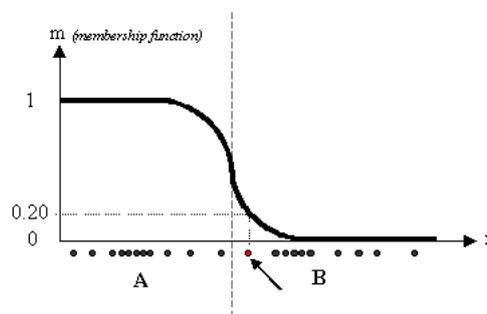


FIGURE 5.15: Clustering flou avec 2 clusters

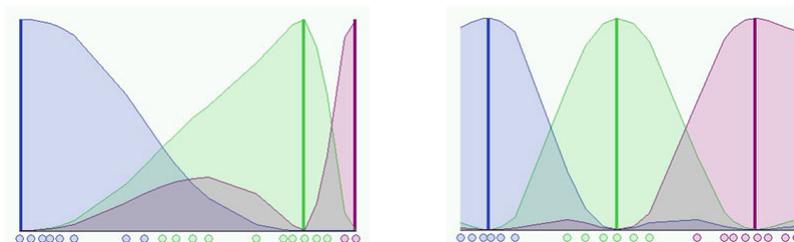


FIGURE 5.16: Clustering flou avec 3 clusters

Également, l'utilisation de systèmes neuro-fuzzy que nous avons vue au chapitre 4.3.4 peut montrer aux décideurs la façon dont fonctionne certaines partie de leur entreprise, autrement mettre à jour des règles cachées dans les données. A l'instar de notre expérience de notation sur les jeux vidéo, nous pourrions très bien imaginer qu'un éditeur de jeux vidéo étudie les attentes des clients précisément de la même façon que nous avons fait pendant notre expérience : trouver les critères des clients pour leur appréciation d'un jeu, pour savoir par exemple si pour un jeu dont l'aspect

non technique est excellent mais à l'aspect technique médiocre, un investissement conséquent pour augmenter l'aspect technique serait utile ou pas. D'après nos sujets d'expérience, la réponse est qu'un tel investissement a de fortes chances d'être inutile.

Ainsi, nous voyons que les applications de la logique floue pour l'informatique décisionnelle sont nombreuses et potentiellement conséquentes. Certaines tel le clustering sont utilisées depuis longtemps, d'autres ne sont encore qu'à un état balbutiant, comme les systèmes neuro-fuzzy.

Chapitre 6

Conclusion

Dans les champs de l'observation, le hasard ne favorise que les esprits préparés.

Louis Pasteur.

Nous avons vu en première partie que la logique floue est née d'un besoin de formaliser les imprécisions. Malgré ses règles simples, elle est mathématiquement apte à modéliser des systèmes d'inférence beaucoup plus complexes que ne le permet la logique classique et les modèles linéaires. Sa matrice de décision qui rassemble les règles floues d'un système ressemble à la fois sur la forme (structure du type *Si X et Y alors Z*) et dans le fond (concept de variables linguistiques) au type de règles énoncées oralement par les êtres humains.

En outre, la logique floue permet d'expliquer beaucoup d'expériences qui avaient mis à mal les modèles classiques du raisonnement humain au cours du 20ème siècle. Nous avons montré comment la non additivité des jugements probabiliste peut être exprimée dans un système floue. Nous avons ensuite confronté la logique classique à certains paradoxes de la logique classique lorsque celle-ci tente de modéliser le raisonnement humain : la paradoxe des sorites est typiquement le genre de problème de seuil que la logique floue atténue et le paradoxe de l'implication ne pose pas de problème en logique floue. Il aurait été intéressant d'étudier plus en profondeur le paradoxe de Hempel et notamment comment nous pourrions l'exprimer au sein d'un système neuro-fuzzy. De même, la tâche de sélection de Wason mériterait une analyse plus poussée, cette fois-ci en se penchant sur les modus ponens et modus tollens flous. Au delà de ces paradoxes et de la non additivité, la logique floue, se basant sur le concept de variables linguistiques, est par essence proche de la langue naturelle.

La logique floue apparaît ainsi comme un cadre théorique puissant pour étudier le raisonnement humain. Étonnamment, nous n'avons trouvé qu'une seule étude comparant des décisions prises par des sujets humains avec celle d'un système flou, dont le but était essentiellement de concevoir un système d'aide à la décision pour du personnel médical, et non analyser le raisonnement humain en tant que tel. Nous avons donc élaboré une expérience et étudié si un système flou pouvait imiter les résultats constatés chez les humains. Pour cela, nous avons utilisé une technique d'optimisation de système flou via réseaux de neurones (neuro-fuzzy), grâce à laquelle nous avons obtenu de bons résultats, bien que la corrélation entre les deux critères d'entrée soit élevée : un système flou donne des résultats plus proches des valeurs expérimentales que ceux obtenus par un système polynomial. Ce résultat renforce l'hypothèse selon laquelle la logique floue peut être utilisée pour expliquer les décisions issues du raisonnement humain.

Néanmoins, nous insistons sur le fait que ces expériences montrent au mieux que les systèmes flous peuvent **imiter** le raisonnement humain : seules les neurosciences pourraient montrer que ce mode de raisonnement existe réellement dans le cerveau humain. Sur ce sujet, certains articles de neurosciences tels [A., 2005] ou encore [Feng and Capranica, 1978] en 2008 commenté par David Olmsted sur le site <http://www.neurocomputing.org> tendent à montrer qu'il est plausible que les concepts de contrôle logique flou soient un moyen "biologiquement compatible".

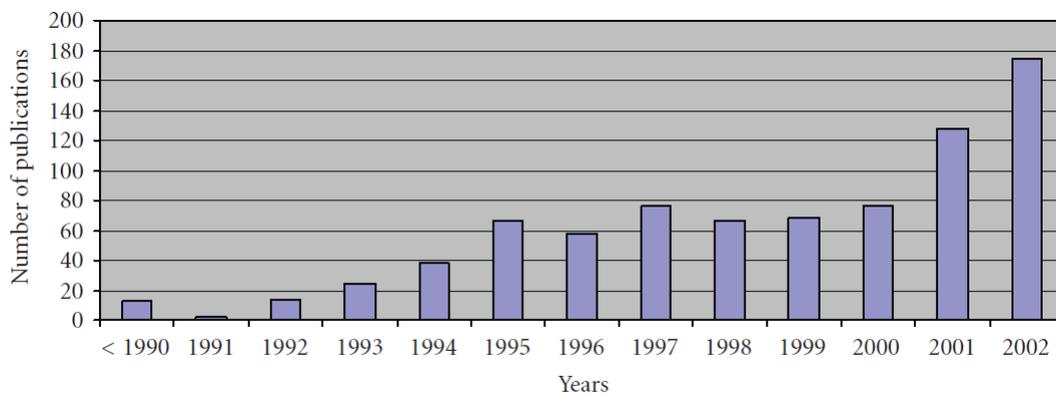


FIGURE 6.1: Nombre de publications par année indexées dans MEDLINE utilisant la logique floue.

Source : [Torres A., 2005]

Cette proximité avec le raisonnement humain a suscité un fort engouement de la communauté scientifique, se traduisant notamment en nombre de publications, comme

le montre la figure . Une des applications naturelles est les systèmes de décision : au coeur de l'entreprise, réunissant l'ensemble des informations intéressantes issues des bases de données opérationnelles, les systèmes de décision pourraient profiter grandement de la logique floue en lui donnant des clés du raisonnement humain, permettant ainsi d'affiner la prise de décision.

Les théoriciens des bases de données ont bien vu ce que pouvait leur apporter la logique floue en termes de modélisation de l'information : des requêtes plus intuitives et plus puissantes d'une part, des données correspondant davantage à la réalité d'autre part. Beaucoup de travaux ont vu le jour, mais peu de réalisations importantes ont suivi, si tant est qu'il y en ait. Le manque de consensus autour d'un standard y est pour beaucoup.

Les concepteurs de systèmes décisionnels veulent avant tout élaborer des bases de données où l'emphase est mise sur la qualité de l'information, par opposition aux concepteurs des bases de données opérationnelles qui ont d'autres priorités telle la disponibilité et la rapidité. L'amélioration notable de la modélisation de l'information permise par la logique floue devrait donc les intéresser très fortement.

En outre, les usagers des systèmes décisionnels sont les décideurs de l'entreprise, lesquels recherchent avant tout des outils faciles et puissants, sans dans lequel vont les mécanismes flous. En outre, de par leur position, les décideurs peuvent influencer et aider fortement les axes de recherche des concepteurs de systèmes décisionnels, si ces derniers réussissent à les convaincre de l'utilité d'une technologie.

Par conséquent, les concepteurs de systèmes décisionnels pourraient jouer un rôle clé quant à la diffusion des systèmes flous au coeur des bases de données : un tel rôle passerait avant tout par expliquer pédagogiquement les apports de tels systèmes aux décideurs, puis d'établir des partenariats forts avec les théoriciens des bases de données floues. Ces derniers auraient alors l'opportunité de mettre en oeuvre à grande échelle certaines de leurs théories et de commencer à réfléchir sur des standards, afin de mettre fin à l'éparpillement actuel des implémentations expérimentales.

Bibliographie

- [Atw, 1985] (1985). *An Object-Oriented DBMS for Design Support Applications*, volume 85. [cited at p. 45]
- [A., 2005] A., P. (2005). The fuzzy logic of visuomotor control. *Canadian journal of physiology and pharmacology*, 74 :456–462. [cited at p. 61]
- [Andreasen et al., 1997] Andreasen, T., Christiansen, H., and Larsen, H. (1997). *Flexible query answering systems*. Kluwer Academic Publishers Norwell, MA, USA. [cited at p. 55]
- [Boven and Epley, 2003] Boven, L. V. and Epley, N. (2003). The unpacking effect in evaluative judgments : When the whole is less than the sum of its parts. *Journal of Experimental Social Psychology*, 39(3) :263 – 269. [cited at p. 20]
- [Buckles and Petry, 1982] Buckles, B. P. and Petry, F. E. (1982). A fuzzy representation of data for relational databases. *Fuzzy Sets and Systems*, 7(3) :213 – 226. [cited at p. 51]
- [Caroff, 2010] Caroff, J. (2010). *Comparaison de la qualité d'image et des doses d'irradiation délivrées en TDM cardiaque avec synchronisation à l'ECG en mode prospectif vs rétrospectif : utilisation de paramètres ajustés à l'IMC des patients*. PhD thesis, Université d'Angers. [cited at p. 35]
- [Codd, 1970] Codd, E. F. (1970). A relational model of data for large shared data banks. *Commun. ACM*, 13 :377–387. [cited at p. 45]
- [Cohen et al., 1956] Cohen, J., Dearnaley, E. J., and Hansel, C. E. M. (1956). The addition of subjective probabilities :the summation of estimates of success and failure. *Acta Psychologica*, 12 :371 – 380. [cited at p. 20]
- [Dembczynski et al., 2004] Dembczynski, K., Hapke, M., and Przybyl, D. (2004). *Sqlfj-a fuzzy querying language and application*. Technical report, Research Report RA-010/04, Poznan University of Technology. [cited at p. 55]
- [Feng and Capranica, 1978] Feng, A. and Capranica, R. (1978). Sound localization in anurans. ii. binaural interaction in superior olivary nucleus of the green tree frog (*Hyla cinerea*). *J. Comp. Physiol.*, 41 :43-5. [cited at p. 61]
- [Galindo et al., 1999] Galindo, J., Medina, J. M., and Aranda, M. C. (1999). Querying fuzzy relational databases through fuzzy domain calculus. *International Journal of Intelligent Systems*, 14(4) :375–411. [cited at p. 51]

- [Gardarin, 2005] Gardarin, G. (2005). *Bases de données*. Eyrolles, New York, NY, USA. [cited at p. 44]
- [Hamdi Melih Saraoglu, 2007] Hamdi Melih Saraoglu, S. S. (2007). A fuzzy logic-based decision support system on anesthetic depth control for helping anesthetists in surgeries. *Journal of Medical Systems*, 31 :511519. [cited at p. 31]
- [Inmon, 1992] Inmon, W. H. (1992). *Building the Data Warehouse*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA. [cited at p. 3]
- [Jangi, 1992] Jangi, R. (1992). *Neuro-Fuzzy modeling : Architecture, Analysis and Application*. PhD thesis, University of California, Berkeley. [cited at p. 25, 38]
- [Leekwijck and Kerre, 1999] Leekwijck, W. V. and Kerre, E. E. (1999). Defuzzification : criteria and classification. *Fuzzy Sets and Systems*, 108(2) :159 – 178. [cited at p. 13]
- [Macchi, 1999] Macchi, L. (1999). A note on superadditive probability judgment. *Psychological Review*, 106. [cited at p. 20, 21, 23]
- [Madau D., 1996] Madau D., D. F. (1996). Influence value defuzzification method. *Fuzzy Systems, Proceedings of the Fifth IEEE International Conference*, 3 :1819 – 1824. [cited at p. 14]
- [Medina et al., 1994] Medina, J. M., Pons, O., and Vila, M. A. (1994). Gefred : a generalized model of fuzzy relational databases. *Inf. Sci. Inf. Comput. Sci.*, 76 :87–109. [cited at p. 53]
- [Mélès, 1971] Mélès, J. (1971). *La gestion par les systèmes*. Editions Hommes et Technique. [cited at p. 2]
- [Oliva, 2003] Oliva, R. (2003). Visual FSQL : Gestión Visual de Bases de Datos Difusas en ORACLE a través de Internet usando FSQL. *Proyecto Fin de Carrera, dirigido por J. Galindo, de Ingeniería Superior en Informática de la Universidad de Málaga*. [cited at p. 54]
- [P. Bosc, 1995] P. Bosc, O. P. (1995). Sqlf : A relational database language for fuzzy quering. *IEEE transactions on Fuzzy Systems*, 3 :1–17. [cited at p. 53, 55]
- [P. Bosc, 1998] P. Bosc, L. Liétard, O. P. (1998). Bases de données et flexibilité : Les requêtes graduées. *Techniques et Sciences informatiques*, 17 :355–378. [cited at p. 53]
- [P. C. Wason, 1966] P. C. Wason, D. S. (1966). Natural and contrived experience in a reasoning problem. *New horizons in Psychology*. [cited at p. 25]
- [Rasmussen and Yager, 1996] Rasmussen, D. and Yager, R. R. (1996). Summarysql - a flexible fuzzy query language. volume 17, page 118, Denmark. [cited at p. 55]
- [Redelmeier DA, 1995] Redelmeier DA, Koehler DJ, L. V. T. A. (1995). Probability judgement in medicine : discounting unspecified possibilities. *Med Decis Making*, Jul-Sep ;15(3) :227–30. [cited at p. 19]
- [Ribeiro and Moreira, 2003] Ribeiro, R. A. and Moreira, A. M. (2003). Fuzzy query interface for a business database. *Int. J. Hum.-Comput. Stud.*, 58 :363–391. [cited at p. 27]
- [S. Skrbic, 2008] S. Skrbic, A. T. (2008). On development of fuzzy relational database applications. pages 268–273. [cited at p. 51]

- [Shafer G., 2005] Shafer G., V. V. (2005). The origins and legacy of kolmogorov's grundbegriffe. *The Game-Theoretic Probability and Finance Project*, Working Paper 4. [cited at p. 19]
- [Torres A., 2005] Torres A., N. J. J. (2005). Fuzzy logic in medicine and bioinformatics. *Journal of Biomedicine and Biotechnology*, 2005 :1–7. [cited at p. 61]
- [Tversky and Koehler, 1994] Tversky, A. and Koehler, D. J. (1994). Support theory : A nonextensional representation of subjective probability. *Psychological Review*, 101(4) :547 – 567. [cited at p. 20]
- [Zadeh, 1965] Zadeh, L. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3) :338 – 353. [cited at p. 5]
- [Zadeh, 1975a] Zadeh, L. A. (1975a). The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning i. *Information Sciences*, 8 :199–249. [cited at p. 26]
- [Zadeh, 1975b] Zadeh, L. A. (1975b). The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning ii. *Information Sciences*, 8 :301–357. [cited at p. 26]
- [Zadeh, 1975c] Zadeh, L. A. (1975c). The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning iii. *Information Sciences*, 9 :43–80. [cited at p. 26]
- [Zadeh, 1978] Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1) :3 – 28. [cited at p. 26]
- [Zadrozny and Kacprzyk, 1996] Zadrozny, S. and Kacprzyk, J. (1996). Fquery for access : towards human consistent querying user interface. In *Proceedings of the 1996 ACM symposium on Applied Computing, SAC '96*, pages 532–536, New York, NY, USA. ACM. [cited at p. 55]
- [Zhaohao Sun and Sun., 2005] Zhaohao Sun, G. F. and Sun., J. (2005). Four new fuzzy inference rules for experience based reasoning. *IFSA World Congress*. [cited at p. 25]
- [Zvieli and Chen, 1986] Zvieli, A. and Chen, P. P. (1986). Entity-relationship modeling and fuzzy databases. In *Proceedings of the Second International Conference on Data Engineering*, pages 320–327, Washington, DC, USA. IEEE Computer Society. [cited at p. 51]

Appendices

Annexe A

Expérience avec les anesthésistes

Voici le tableau de corrélation calculé sur SPSS :

		VAR00013	VAR00014
VAR00013	Pearson Correlation	1	,627
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	28	28
VAR00014	Pearson Correlation	,627	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	28	28

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

FIGURE A.1: Matrice des corrélations entre décisions de l'anesthésiste et de décision du système flou

Le script permettant de l'obtenir est le suivant :

```
----- SCRIPT SPSS -----  
DATASET ACTIVATE DataSet0.  
CORRELATIONS  
/VARIABLES=VAR00013 VAR00014  
/PRINT=BOTH TWOTAIL NOSIG  
/MISSING=PAIRWISE.  
-----
```

Annexe B

Expérience de notation

Voici le détail de l'expérience de notation sur les jeux vidéo. Certains résultats et les scripts d'analyse seront placés également ici.

Lors de la première séance, il est demandé aux sujets de noter une trentaine de jeux vidéo de leur choix sur une échelle de 0 à 100, une note élevée signifiant que le joueur apprécie le jeu, sur le site web Wiki4Games (<http://www.wiki4games.com>). Ce site web est basé sur le moteur de wiki *MediaWiki*, et est utilisé par l'ensemble des projets de la Wikimedia Foundation, dont le site encyclopédique *Wikipédia*. Pour effectuer ces notations, ils utiliseront l'extension *W4G Rating Bar*, qui est une barre de vote permettant à chaque utilisateur enregistré sur le site de déposer une note. Le site Wiki4Games est administré par l'auteur de ce document, et l'extension *W4G Rating Bar* a été développé par lui pour le moteur *MediaWiki* (http://www.mediawiki.org/wiki/Extension:W4G_Rating_Bar). Cela permettra un total contrôle du processus de notation de l'expérience.

Lors de la seconde séance, il leur est demandé de noter deux critères regroupant la totalité des aspects d'un jeu vidéo sur une feuille Excel. Pour analyser les résultats, nous avons utilisé MATLAB et SPSS.

Nous avons utilisé en particulier deux outils de MATLAB :

- Le *Surface Fitting Tool* nous permet de générer une surface à partir des points 3D des données expérimentales.
- La *Fuzzy Logic Toolbox* (<http://www.mathworks.com/products/fuzzylogic/>) nous permet d'étudier les résultats que nous obtenons à partir d'un système d'inférence basé sur la logique floue.

Pour établir les graphiques des résultats des sujets, nous utiliserons le script sui-

vant, les données d'un sujet ayant été au préalable stockées dans un fichier `.mat`, ici `notesDavid.mat` :

```
----- SCRIPT MATLAB -----  
% load data  
load('notesDavid.mat', 'data')  
selectedNotes = data;  
X = selectedNotes(:, 1); % technical aspects  
Y = selectedNotes(:, 2); % non technical aspects  
Z = selectedNotes(:, 3); % global note  
  
% draw figure  
figure  
scatter3(X, Y, Z, 5, 'filled')  
  
% call the Surface Fitting Tool  
sftool(X, Y, Z)  
-----
```

Les pages suivantes montrent les résultats pour les sujets 1 et 2.

Les RMSE ont été calculés dans MATLAB grâce à la fonction `errperf` disponible sur <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/15130-error-related-performance-metrics>.

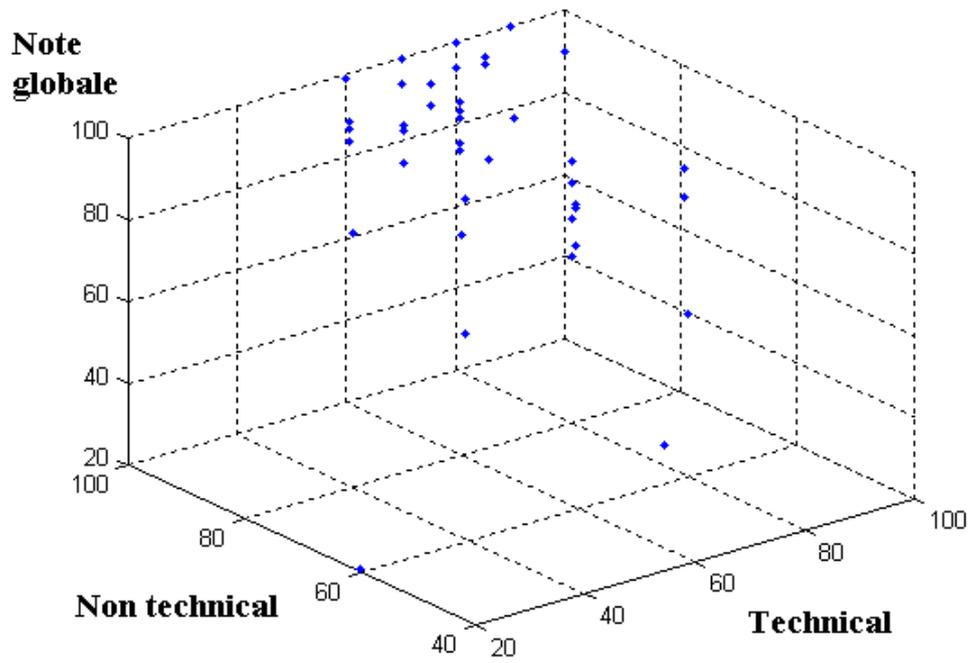


FIGURE B.1: Notes globales du sujet 1 par rapport aux 2 critères

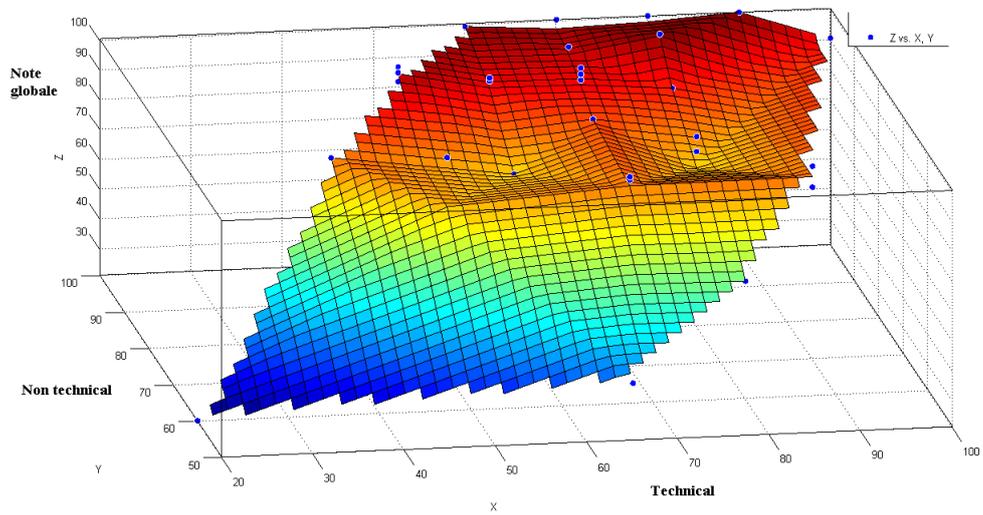


FIGURE B.2: Surface générée à partir des notes globales du sujet 1 par rapport aux 2 critères

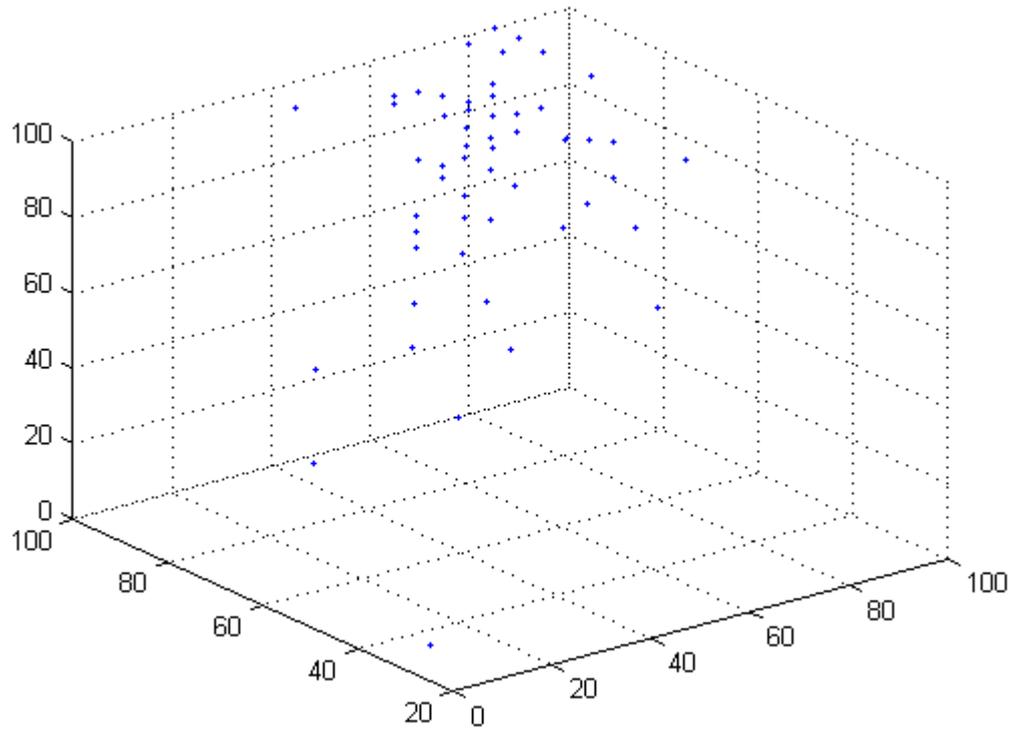


FIGURE B.3: Notes globales du sujet 2 par rapport aux 2 critères

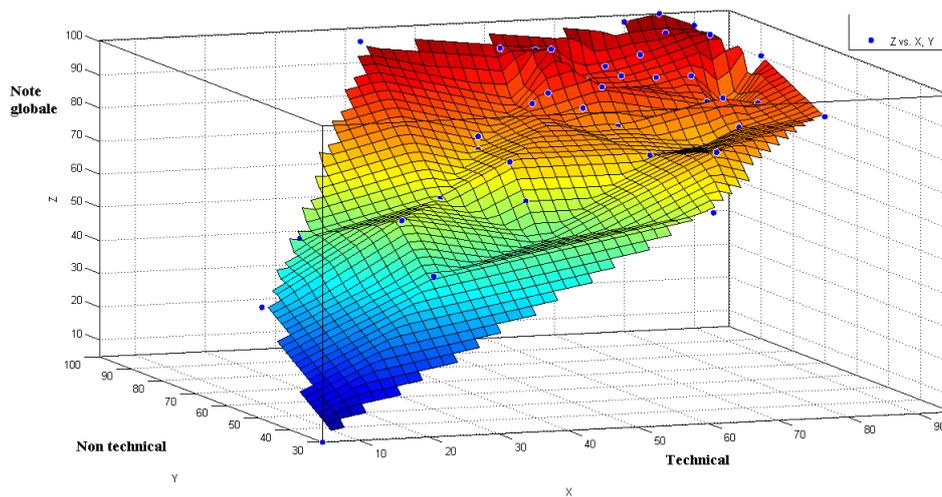


FIGURE B.4: Surface générée à partir des notes globales du sujet 2 par rapport aux 2 critères